Estimation non paramétrique et semi paramétrique de la durée de remboursement des prêts à la Coopérative d'épargne et de crédit de CAHI

Guerschom MUGISHO MUNKWA
Assistant d'enseignement et de recherche à l'Université Evangélique en Afrique, Statisticien de l'Hôpital de Panzi.
Courriel : mguerschom@gmail.com
B.P. 465 Cyangugu Rwanda
Luc MATABARO BORAUZIMA
Doctorant en Finances à l'Université de Liège, assistant à l'Université Evangélique en Afrique
E-mail : boraluc@yahoo.fr

Résumé

L'objectif de ce papier est d'analyser, pour la cohorte des emprunteurs des années 2014 et 2015 à la Coopec Cahi[1], la distribution du remboursement des crédits au cours du temps et de déterminer les facteurs de la probabilité d'apparition du dernier remboursement. Nos résultats obtenus grâce à la méthode actuarielle et au modèle de Cox ont prouvé que 64% des emprunteurs n'avaient pas encore remboursé la totalité de leur crédit jusqu'à la période d'étude. Par ailleurs, les variables Degré de rationnement, Valeur de la garantie, Sexe de l'emprunteur et Expérience professionnelle exercent une influence significative sur la probabilité d'apparition du dernier remboursement.

Mots clés : Durée de remboursement, crédit, Modèle de Cox, Méthode actuarielle

Abstract

The purpose of this paper is to analyze, for the cohort of borrowers in the years 2014 and 2015 at Cahi savings and credit cooperative, the distribution of loan repayment over time and to determine the factors of the likelihood of the last repayment. Our results using the actuarial method and the Cox model proved that 64% of borrowers had not yet repaid their full credit until the study period. The variables rationing, warranty value, gender and work experience have a significant influence on the likelihood of the last reimbursement

keywords : Repayment term, credit, Cox model, Actuarial method

[1] La Coopérative d'Epargne et de crédit CAHI est une institution de microfinance qui a son siège social dans la ville de Bukavu, en République Démocratique du Congo. Elle est l'une de plus anciennes coopératives d'épargne et de crédit de la ville de Bukavu.

Introduction

En 2012, le Sud-Kivu comptait 32 institutions de microfinance (IMF). Cependant, comparé à l'essor du secteur en 2011, où le nombre d'IMF était de 38 (Banque centrale du Congo, 2013), l'on observe qu'il y a eu certaines institutions qui n'ont pas su respecter les textes légaux et les règles de bonne gestion. C'est ainsi qu'à la mi-2012, la Banque Centrale du Congo a procédé à une liquidation forcée de 8 Coopératives d'Epargne et de Crédit. L'une des principales raisons fut la mauvaise gestion du portefeuille crédit expliqué notamment par le non respect de la politique de crédit, le laxisme des dirigeants dans l'octroi de crédits et l'absence ou l'inefficacité d'une politique de suivi et de recouvrement (Balomba, 2005).

De nombreuses études ont tenté d'expliquer les facteurs de défaut de remboursement du crédit, un des défis majeurs de la gestion des risques opérationnels des IMF. A leur tour, les institutions financières ont commencé à accorder beaucoup d'attention à la question de risque de crédit et à différentes techniques pour y faire face. C'est ainsi que la plupart ont commencé à recruter des agents de crédits qualifiés, à pratiquer un rationnement de crédit élevé, et suivi particulier a commencé à être accordé aux crédits octroyés. Malgré tous ces efforts, certaines institutions de microfinance du pays en général et de la province du Sud-Kivu[2] en particulier se retrouvent dans des situations de cessations de paiement et/ou de manque de liquidité. L'une des principales causes en est que les crédits ne sont pas remboursés à l'échéance convenue, ce qui rend irréaliste les prévisions financières de l'institution financière.

Lamboni (2008) donne une réponse à la préoccupation de savoir les conséquences d'un paiement tardif du prêt. Selon lui, lorsqu'un agent économique contracte un prêt, il doit s'acquitter du remboursement de sa dette à l'échéance. La *durée de vie d'un emprunt* équivaut au temps qui reste avant que le prêt n'arrive à échéance. On observe dans les faits qu'une petite portion des contractants du crédit rembourse avant l'échéance en faisant des versements pour régler une partie ou la totalité des sommes empruntées. Lorsque de tels cas surviennent, le montant du prêt augmenté des intérêts est remboursé avec beaucoup de retard. Les conséquences d'une pareille délinquance sont ressenties au niveau des deux participants :

D'une part, on assiste à la perte de l'accès au crédit ou au durcissement des conditions d'accès au crédit futur, à la perte de confiance conduisant à un manque de cohésion du groupe. On observe également une baisse dans l'utilité des emprunteurs qui peut conduire à un désintérêt pour des prêts futurs. Cette baisse d'intérêt est due à des intérêts plus élevés payés sur le capital (Impavido, 1998).

D'autre part, le retard dans le délai de paiement influence directement la trésorerie et la santé

[2] Province de l'Est de la République démocratique du Congo.

financière de l'institution en créant une perturbation dans le cycle de fonctionnement. Ils réduisent les produits de l'IMF et augmentent ses charges par les frais de recouvrement. Lorsque les produits de l'institution sont perçus en retard, cela cause un préjudice à l'institution dans le calcul de son bénéfice en fin d'exercice. Il y a aussi le fait que lorsque le compte du débiteur reste sans mouvements, l'institution se retrouve entrain d'accumuler des produits fictifs qu'elle n'est pas sûre de percevoir sur ce compte. Ceci influence négativement les prévisions financières de l'institution.

Il importe donc d'étudier non seulement le défaut de remboursement, mais aussi d'analyser la distribution des remboursements dans le temps, afin de minimiser la durée de vie effective du prêt, objet de la présente étude qui s'articule autour de questions suivantes : Quelle est la proportion des clients ayant remboursé le crédit leur accordés à l'échéance convenue et celle de ceux en retard de paiement après la durée contractuelle du prêt ? Quels sont les principaux déterminants de la « durée de vie » du prêt ou mieux de la probabilité de remboursement effectif du prêt ?

Cette recherche aura donc pour objectif d'analyser la distribution du remboursement des crédits au cours du temps et de déterminer les facteurs, non pas du remboursement à l'échéance, mais de la probabilité d'apparition du dernier remboursement au cours du temps.

Nous supposons, d'une part, par suite des observations faites par Lamboni (2008), que plus de la moitié des emprunteurs n'auraient pas remboursé leur prêt à l'échéance convenue, et d'autre part que les variables Age (avec une influence théorique positive), Sexe (influence théorique négative), Expérience de l'emprunteur (signe attendu positif), Montant reçu (signe attendu positif ou négatif), Valeur de la garantie (avec signe attendu négatif) et Degré de rationnement du crédit (avec influence théorique négative ou positive) influenceraient le taux ou la probabilité de remboursement effectif du prêt au cours du temps.

Ce travail sera une contribution à la gestion prévisionnelle de la trésorerie de la Coopec Cahi, en ce sens qu'il permettra de prévoir la survenue des remboursements au cours du temps et leurs probabilités, éléments pouvant servir pour la prévision des recettes. La Coopec Cahi peut ainsi agir sur les facteurs influant sur la survenue des remboursements au cours du temps, pour augmenter le nombre de remboursements au cours du temps dans un meilleur délai.

Cette étude a été menée au sein de la Coopec Cahi. Plus spécifiquement, elle concerne la cohorte des clients ayant demandé leur crédit en 2014 et avant les six premier mois de l'année 2015.

Les hypothèses seront vérifiées à l'aide de l'estimation actuarielle de la durée de remboursement du crédit et à l'aide du modèle de Cox, l'une des méthodes usuelles d'analyse des événements du parcours de vie.

II. APPROCHE METHODOLOGIQUE

II.1. Source des données et échantillonnage

La population cible est constituée des membres de la Coopec[3] Cahi ayant contracté un emprunt en 2013 et en 2014.

Nous avons eu accès aux fiches de crédit des agents de la Coopec Cahi, informations que nous avons complétées par la base des données de ladite Coopec et plus précisément les fiches d'amortissement des emprunts tenues par certains agents de crédit. Afin de savoir le nombre de fiches à consulter, nous avons présélectionné 42 fiches en vue de déterminer la taille de l'échantillon, que nous avons calculé à l'aide de la formule suivante :

$$n = \frac{Z^2.N.V^2}{Z^2.V^2{}_X + (N-1).\varepsilon.^2}$$ (Fellegi, 2003)

Avec :

n : la taille de l'échantillon ;

N : la taille de la population : nombre des clients ayant reçu un crédit entre 2014 et 2015, et qui équivaut à 4200 dont 1626 en 2014 et 2574 en 2015.

ε : La marge d'erreur (fixée à 5 % dans cette étude)

$Z_{\alpha/2}$: la valeur de la distribution normale centrée réduite au seuil de signification α fixé à 5% dans cette étude et qui équivaut à $Z_{0,025} = 1{,}96$.

$V^2{}_X$: le coefficient de variation au carré de notre variable d'intérêt, à savoir le nombre de jours entre la date de mise en place du prêt et la date du dernier remboursement. Ce coefficient de variation est estimé par la formule suivante :

$$V^2{}_X = \frac{\frac{(N-1)}{N}.\sigma^2}{X^2} =$$

La durée moyenne calculée avec cet échantillon présélectionné a été de 376 jours et l'écart type de 169. D'où le coefficient de variation est :

$$V^2{}_X = \frac{\frac{4199*169^2}{4200}}{376^2} = 0{,}2019$$

En remplaçant les différentes valeurs susmentionnées dans la formule de la taille de l'échantillon, nous obtenons :

$$n = \frac{(1.96)^2.4200*0.2019}{(1.96)^2*0.2019 + 4199*0{,}05*0{,}05} = 272.dossiers$$

[3] Coopérative d'épargne et de crédit

II.2. Techniques d'estimation de la fonction de séjour et Modélisation du taux de remboursement du crédit[4]

II.2.1. Principes d'estimation

Deux types de méthodes d'estimation non-paramétriques sont couramment utilisés. La première est la méthode de Kaplan-Meier(KM) et la seconde, la méthode d'estimation actuarielle. Dans la méthode KM, on considère le temps de manière continue. Ainsi l'occurrence d'un événement a lieu strictement à un moment t [Lelièvre & Bringé(1998), cité par Le Goff et Forney, 2013)]. L'usage de cette méthode est particulièrement indiqué lorsque l'on dispose de données portant sur un faible effectif ou pour lesquelles l'unité de temps considérée est petite (par exemple, le mois dans le cas des événements socio-démographiques). En revanche, cette méthode est à déconseiller si de nombreux individus connaissent l'événement à chaque instant ou bien encore si les durées ont été mesurées sur une unité de temps large, par exemple, l'année, comme c'est le cas dans cette étude. Nous ferons donc recours à la méthode actuarielle qui repose sur l'hypothèse selon laquelle le risque instantané *hi(t)* est constant tout le long de l'intervalle de temps [*ti, ti+1*[(Le Goff et Forney, 2013). On considère, en outre, que les échéances, et les sorties d'observation, ont lieu uniformément durant cet intervalle. Ainsi, si l'intervalle correspond à une année, on considérera qu'il y a autant de personnes qui auront connu l'événement en janvier, février, …, ou en décembre. Il en sera de même en ce qui concerne les sorties d'observation.

II.2.2. Estimation du risque et du risque cumulé

Si *di* représente l'effectif des individus connaissant la transition entre t_i et t_i+1, c_i le nombre des sorties d'observation au cours de cet intervalle de temps et si *Ni* est l'effectif des individus soumis au risque en *ti*, alors *P*i, le nombre de personnes durant l'intervalle de temps sera :

$$\mathrm{P_i} = N_i - \frac{1}{2}(d_i + c_i)$$

L'estimateur du risque $h(t_i)$ correspond, selon Courgeau et Lelièvre(1989), à

$$\mathrm{h(t_i)} = \frac{d_i}{N_i + \frac{1}{2}(d_i + d_i)},$$

et le risque cumulé $H(t_i)$ est estimé à partir des valeurs de $h(t_k)$ par

$$H(t_1) = \sum_{k \le 1} \log\left[1 - h(t_k)\right].$$

II.2.3. Fonction de séjour et densité de probabilité

[4] Probabilité d'apparition du dernier remboursement, probabilité d'extinction de la dette

Soit q_i la probabilité de connaître l'événement durant l'intervalle de temps [*ti, ti+1*[, alors

$q_i = \frac{d_i}{N_i - \frac{1}{2}c_i}$ et *(1-q_i)* la proportion des personnes n'ayant pas remboursé le crédit. La fonction de séjour sera ainsi donné par :

$S(t_i) = S(t_{1-1})(1 - q_i)$ (Le Goff et Forney, 2013)

Dans le cas général, *S(t_i)* correspondra alors au produit de toutes les probabilités de n'avoir pas connu l'événement entre le début de l'observation et t_i :

$S(t_i) = \prod_{t_1 \leq t} (1 - q_i)$.

II.3. Présentation et spécification du modèle de Cox pour la détermination des facteurs influençant la probabilité de remboursement effectif du prêt

Le modèle PH (Proportional Hazards) de régression à risques proportionnels proposé par Cox(1972), est un modèle de vie accélérée dans lequel le taux de risque (qui peut être selon le cas risque de décès, taux de remboursement, ...) $\lambda_0(t)$ est affecté par différentes covariables ou variables explicatives X_i favorisant ($\beta_i > 0$) ou s'opposant ($\beta_i < 0$) à l'apparition de l'événement étudié (ici apparition du dernier remboursement, c'est-à-dire celui qui éteint la dette) :

$\lambda(t) = \lambda_0(t) * \exp(\sum \beta_i x_i)$

Où λ(t)=fonction du risque instantané

A partir de données expérimentales, sa forme particulière permet d'estimer les coefficients β_i indépendamment de $\lambda_0(t)$, i.e. le risque instantané de base, en maximisant la fonction de vraisemblance partielle de Cox qui ne s'intéresse qu'à l'ordre d'apparition de l'événement pour les sujets soumis à l'étude. Considérant toutes les variables sous-études, nous aurons la spécification suivante :

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) * \exp(\beta_0 + \beta_1 Age + \beta_2 Sexe + \beta_3 Expérience + \beta_4 Mont.reçu + \beta 5 Mont.demandé + \beta_6 Valeur.Garantie + \beta_7 DegréRatio)$$

II.4. Variables sous-étude

a) Variables retenues dans le modèle et hypothèses

Les variables auxquelles nous avons eu accès sur les fiches de demande de crédit sont les suivantes :

- Durée de remboursement effectif : qui correspond à la différence entre la date de mise en place du prêt et la date du dernier remboursement.

- Age : Etre d'âge avancé devrait augmenter la probabilité d'être bon emprunteur et par le même fait réduire la durée de remboursement du prêt(ou plus précisément augmenter le risque d'apparition du dernier remboursement) ;

- Sexe : Etre de sexe féminin devrait diminuer la probabilité d'être bon emprunteur et par le même fait diminuer le risque d'apparition du dernier remboursement ;

- Expérience : Plus l'emprunteur est expérimenté, plus ses chances d'être bon emprunteur augmenteraient (ou plus le risque d'apparition du dernier remboursement augmente)

- Prêt demandé : Plus le prêt demandé est élevé, plus le risque d'apparition du dernier remboursement diminue. Il est toutefois aussi vrai qu'un prêt élevé peut augmenter le risque d'apparition du dernier remboursement.

- Prêt reçu : le montant du prêt peut augmenter ou diminuer la probabilité d'apparition du dernier remboursement.

- Valeur de la garantie : La valeur de la garantie supérieure à celle du prêt devrait diminuer chance de remboursement à l'échéance.

- Degré de rationnement du prêt : Plus la différence entre le prêt demandé et le prêt reçu est élevé, plus la probabilité de défaut est élevée et par le même fait le risque de remboursement effectif diminue.

Tableau n° 1. Effets attendus de différentes variables

Définition	**Signe attendu**	**Etudes**
Variable dépendante[5]	Variable dépendante	
Age de l'emprunteur	+	Diallo (2006) ; Schreiner et Nagarajan (2000) ; Astous (2011)
Le genre de l'emprunteur (Femme)	-	Diallo (2006) ; Astous (2011) ; Bassem (2008)
Ancienneté de l'emprunteur dans l'activité exercée	+	Diallo (2006) ; Schreiner (2003)
Montant du prêt demandé	- Ou +	Diallo (2006)
Montant du prêt reçu	-	Diallo (2006)
Valeur estimée des garanties matérielles	- Ou +	
Rapport obtenu par (Montant du prêt demandé-montant du prêt reçu)/Montant du prêt reçu ; est défini ici comme le degré de rationnement du crédit.	-	Diallo (2006)

Source: nos analyses

[5] En réalité le modèle de Cox utilisera comme variable dépendante le taux de risque estimé sur base de la durée du prêt et de la variable de censure. Raison pour laquelle nous ne différencions pas dans le texte les concepts de **taux de remboursement tardif et durée de remboursement.**

III. LES PRINCIPAUX RESULTATS DE L'ETUDE

III.1. Description des enquêtés

Nos investigations ont porté sur 272 emprunteurs individuels ayant reçu un crédit à la Coopec Cahi en 2014 et en 2015. Certains emprunteurs, au nombre de 178, dont les prêts étaient en cours ont été ainsi censurés. Les variables Age, Sexe, Expérience de l'emprunteur, Montant demandé, Montant reçu, Valeur de la garantie et Degré de rationnement sont celles qui ont été retrouvées. Ces variables sont décrits dans les deux tableaux 2 & 3.

Tableau 2. Répartition selon le sexe

	Catégorie d'emprunteurs			
	Ayant honoré l'échéance convenue[6] n=138	N'ayant pas honoré l'échéance n=134	n=272	%
Sexe				
Masculin	134	70	204	75
Féminin	4	64	68	25

Source : nos enquêtes

La plupart des emprunteurs sont des hommes (75%) dont une grande majorité n'ayant pas remboursé le prêt au 30ème jour après échéance. Les femmes ont presque toutes remboursé dans les délais ; elles représentent 25% de l'ensemble d'emprunteurs.

Tableau 3. Description selon certains de leurs caractères quantitatifs

Variables	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie
Age	272	24	63	37,88	8,503	1,521
Montant demandé	272	1000	78000	5938,60	6634,740	9,550
Montant reçu	272	900	10000	4668,75	1976,363	0,258
Degré de rationnement	272	0	10	0,13	,883	10,434
Durée du prêt	272	7	750	452,03	151,871	-0,381
Valeur de garantie	272	2	15000	6342,29	2197,254	-0,092
Expérience professionnelle	272	2	36	8,78	6,692	2,428

Source : nos analyses

[6] N'ayant pas remboursé leur crédit 30 jours après échéance.

L'âge des emprunteurs varie entre 30 et 56 ans, avec une moyenne de 37,88 ans. Leur expérience professionnelle s'estime en moyenne à 8,5 ans ; le minimum est de 2 ans et le maximum de 36 ans.

Quant au prêt demandé et au prêt reçu, les valeurs moyennes sont un peu plus élevées qu'on devrait s'y attendre, en raison de l'écart respectif entre le minimum et le maximum. En effet, le prêt maximum demandé est de 78 000 $US et le minimum est de 1000 $US. Le prêt moyen demandé est de 5938,6 $US. Quant au prêt reçu par les membres de la Coopec Cahi, le maximum est de 10 000 $US et le minimum de 900 $US. Le prêt moyen reçu est de 4668,8 $US.

La distribution des durées de survie est asymétrique. La moyenne de 452 jours est supérieure à la médiane (350 jours). La plupart de demandeurs de crédit ont payé la totalité de leurs crédits après 452 jours.

III.2. Estimation non paramétrique de la fonction de survie par la méthode actuarielle

A titre de rappel, l'estimation actuarielle sera utilisée pour mesurer la fraction des emprunteurs ayant remboursé, et ceux n'ayant pas remboursé, la totalité de leur crédit après chaque mois. Cette analyse sera rendue possible grâce à différents outils dont la table de survie et différentes courbes dont la courbe de survie et le taux cumulé d'événements.

3.2.1. La table de survie

Pour le cas qui nous concerne, la table de survie montre la distribution du remboursement de crédit au cours de temps, c'est-à-dire le nombre de clients ayant remboursé le crédit à chaque période de temps considéré (ici, à chaque fin du mois).

Notre échantillon initial était composé de 272 emprunteurs individuels dont 94 ayant remboursé le crédit avant la période de collecte des données. Dans cette analyse l'instant initial t_0 est la date de demande de crédit et la durée prise en compte est soit la durée qui sépare cet instant initial et la date de remboursement de crédit si celui-ci a été observé, soit la durée qui sépare cet instant initial et le moment de l'enquête si les emprunteurs n'avaient pas encore remboursé le crédit. L'unité de temps prise en compte est le mois.

Tableau 3. La table de survie

Temps (Jours)	di[7]	N_i[8]	h_i [9]	1-hi[10]	F(t)=1-S(t)[11]	S(t):Fonction de séjour [12]	H(t)[13] : Risque cumulé	Densité de probabilité de la durée de survie	Taux de hasard[14]
0	4	94	0,0426	0,9574	0,0426	0,9574	0,0189	0,0014	0,0014
30	0	90	0,0000	1,0000	0,0426	0,9574	0,0189	0,0000	0,0000
60	1	90	0,0106	0,9894	0,0532	0,9468	0,0237	0,0004	0,0004
90	5	89	0,0532	0,9468	0,1064	0,8936	0,0488	0,0018	0,0019
120	0	84	0,0000	1,0000	0,1064	0,8936	0,0488	0,0000	0,0000
150	1	84	0,0106	0,9894	0,1170	0,8830	0,0540	0,0004	0,0004
180	0	83	0,0000	1,0000	0,1170	0,8830	0,0540	0,0000	0,0000
210	7	83	0,0745	0,9255	0,1915	0,8085	0,0923	0,0025	0,0029
240	6	76	0,0638	0,9362	0,2553	0,7447	0,1280	0,0021	0,0027
270	7	70	0,0745	0,9255	0,3298	0,6702	0,1738	0,0025	0,0035
300	7	63	0,0745	0,9255	0,4043	0,5957	0,2249	0,0025	0,0039
330	6	56	0,0638	0,9362	0,4681	0,5319	0,2742	0,0021	0,0038
360	50	50	0,5319	0,4681	1,0000	0,0000		0,0177	0,0667

Source : nos analyses avec SPSS

Les colonnes *Temps*, N_i, d_i, h_i, $1\text{-}h_i$ et *S(t)* représentent respectivement le temps écoulé depuis la date de mise en place du prêt, l'effectif des individus soumis au risque de connaître l'événement (ici, qui remboursent le crédit), l'effectif des individus qui remboursent leur crédit(les sorties d'observation), la proportion des individus qui ont connu l'événement en t_i, la proportion des individus n'ayant pas remboursé le crédit et la fonction de séjour. A partir de cette fonction, d'autres fonctions ont été dérivées dont la *proportion cumulée d'emprunteurs ayant remboursé le crédit* (1-S(t)), le risque cumulé (H_t), le risque instantané (le hasard) et la densité de probabilité.

[7] Nombre de clients ayant remboursé la totalité du crédit
[8] Nombre d'emprunteurs à risque (qui doivent ou qui restent à rembourser le crédit) au cours du temps
[9] Proportion d'emprunteurs ayant remboursé le crédit au temps considéré=Probabilité d'avoir connu l'événement
[10] Proportion d'emprunteurs n'ayant pas remboursé le crédit au temps considéré
[11] Proportion cumulée d'emprunteurs ayant remboursé le crédit: Probabilité de rembourser le crédit à la période t
[12] Probabilité de ne pas rembourser le crédit à la période t
[13] Risque cumulé = -logS(t)
[14] Le risque instantané (« *hazard* ») est la probabilité de remboursement observé sur une courte période du suivi entre t et Δt. Bien que mathématiquement il corresponde au risque de rembourser le crédit durant une période de temps infinitésimale, en pratique, on peut l'associer, par exemple, au risque de rembourser dans 1 jour ou 1 semaine ou 1 mois. Le nombre d'emprunteurs qui remboursent le crédit entre t et $t+dt$ est donc égal au nombre d'emprunteurs en début de période multiplié par le risque instantané de cette période $x_t=n_t*h(t)$.

L'on peut ainsi lire qu'au premier mois, le nombre d'emprunteurs soumis au risque est de 94 ; 4 d'entre eux remboursent leur crédit au premier mois, soit 4,26% de l'ensemble d'emprunteurs soumis au risque. La proportion $1\text{-}h_i$ des individus n'ayant pas remboursé leur crédit au premier mois est de 95,74 %. L'estimateur de *S(t)* est alors égal à 1*0,9574. (Le Goff et Forney, 2013).

Au début du troisième mois, l'effectif d'emprunteurs soumis au risque est de 90 ; un seul emprunteur a remboursé le crédit soit 1,06%. La proportion des emprunteurs n'ayant pas remboursé leur crédit est de 98,94%. L'estimateur de *S(t)* est 95,74%*1*98,84% = 94,68 %. Il correspond à la probabilité de ne pas rembourser le crédit avant 60 jours. Dans ce cas, la probabilité de rembourser le crédit avant 60 jours s'élève à 1-0,9468=0,0532 soit 5,32%. Le taux de hasard représente le taux de remboursement observé sur une petite unité de temps, soit à l'occurrence 1 jour. Il équivaut ici à 0,0004%. Remarquons que cette probabilité est très faible.

Au début du 11ème mois, le nombre d'emprunteurs soumis au risque devient de 56 ; 6 ont remboursé au courant du mois. La proportion des emprunteurs n'ayant pas remboursé leur crédit est de 46,81%. Dans ce cas, l'estimateur de *S(t)* est de 46,8%.

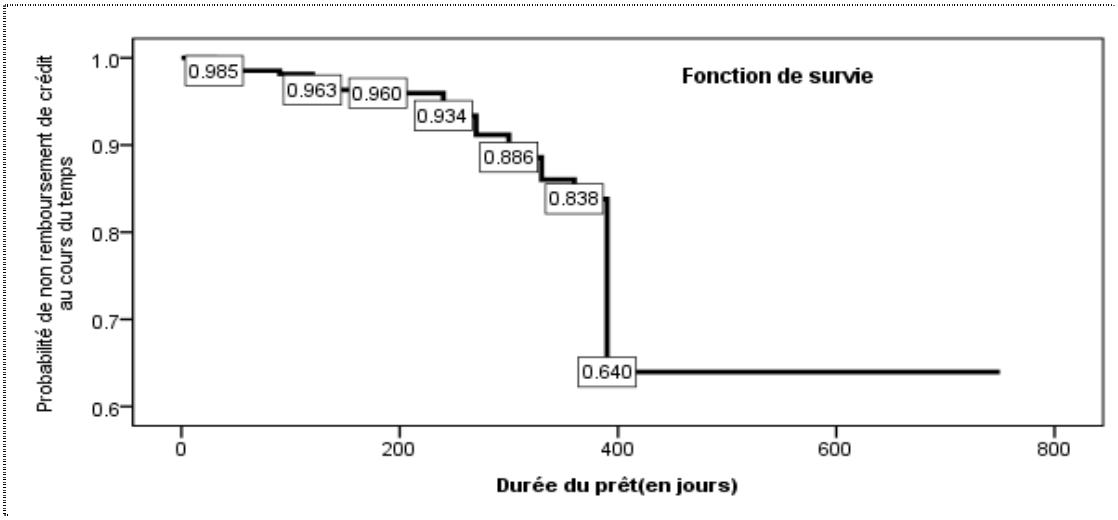
Remarquons que cette probabilité diminue lorsque le temps s'écoule. A la fin de la durée de suivi, il correspond à 0%.

Le taux de survie au temps t représente la proportion d'emprunteurs n'ayant pas remboursé leur crédit au temps t. La courbe de survie est la représentation la plus employée pour décrire la dynamique de survenue des remboursements au cours du temps. Elle représente en fonction du temps le taux de survie (« *survival rate* »), c'est à dire la proportion d'emprunteurs initialement inclus dans l'essai et qui doivent toujours à la Coopec au temps t.

3.2.2. La courbe de survie

Dans le cas qui nous concerne, cette figure 1. représente la dynamique de remboursement de crédit au cours du temps. Elle représente en fonction du temps le taux de survie (« *survival rate* »), c'est à dire la proportion d'emprunteurs initialement inclus dans l'essai et toujours débiteurs de la Coopec au temps t. C'est la probabilité de ne pas rembourser au moins jusqu'au temps t. Cette probabilité diminue lors que le temps augmente.

Fig.1. Courbe de survie

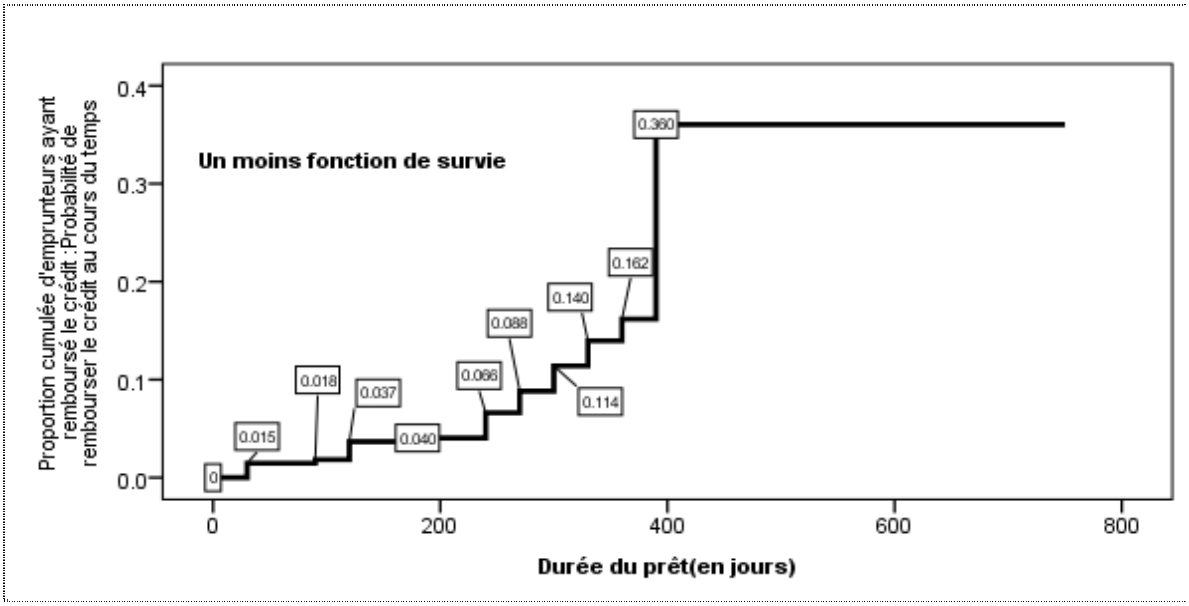


. Au bout d'une année, environ 64% d'emprunteurs n'avaient pas encore remboursé la totalité de leurs crédits. Ce résultat corrobore notre première hypothèse selon laquelle la plus de la moitié des emprunteurs n'auraient pas remboursé le crédit à la fin de la durée contractuelle du prêt.

3.2.2. Distribution des taux cumulés d'événements

La courbe de survie *S(t)* est le complément à 1 du taux cumulé d'événements en fonction du temps *F(t)*.

Fig.2. Taux cumulé de remboursement



Ainsi, au 7ème mois, le taux de survie est de 80,87% ; le taux d'événement (remboursement) à cette période est de 1-80,87% = 19,15%. Le taux cumulé d'événements n'est rien d'autre que la probabilité de remboursement au temps t. Cette probabilité augmente avec le temps.

III.3. Modèle de Cox pour la détermination des facteurs influençant la durée de remboursement du crédit

Tableau 4. Les facteurs influant sur la durée de remboursement des crédits[15]

					95,0% IC pour Exp(B)	
Variables	**Coefficient(B)**	**E.S.**	**P-valeur**	**Exp(B)**[16]	**Inférieure**	**Supérieure**
Montant reçu	0,000	0,000	0,633	1,000	1,000	1,001
Degré de rationnement	0,186	0,059	0,001*	1,205	1,074	1,351
Valeur de la garantie	0,000	0,000	0,005*	1,000	1,000	1,001
Age	-0,002	0,023	0,944	0,998	0,955	1,044
Sexe[17]	-0,897	0,273	0,001*	0,408	0,239	0,695
Expérience professionnelle	0,070	0,027	0,009*	1,073	1,018	1,131

Source : nos analyses **Significatif au seuil de 5 %*

Les tests du -2log-vraisemblance et de Wald indiquent que le modèle est bien spécifié et qu'au moins l'un des paramètres est significativement différent de zéro (p-valeur < 0,0001).

Quatre parmi les six variables explicatives retenues influencent significativement le risque de remboursement à l'échéance du prêt**.** Il s'agit du degré de rationnement, de la valeur de la garantie, du sexe (le fait d'être femme) et de l'expérience professionnelle. Le degré de rationnement, la garantie et l'expérience exercent un effet positif sur la probabilité de remboursement effectif du prêt ; le sexe, lui, a une influence négative. Lors que ces variables augmentent, aussi la probabilité de remboursement effectif augmente-t-elle, toutes choses étant égales par ailleurs.

On vient aussi de trouver que, comparativement aux hommes, les femmes ont 2,45 (soit 1/0,408) fois moins de chances de rembourser à l'échéance.

Une année d'expérience professionnelle augmente le risque de remboursement effectif de 7,3%, toutes choses étant égales par ailleurs. Le signe positif signifie que la survenue du dernier remboursement apparaît vite pour les membres qui ont plus d'expérience.

III.4. Discussion et implication des résultats

Les hypothèses relatives aux variables Age, Montant de prêt reçu et à la Valeur de la garantie ne sont pas confirmées. Considérant le sens d'influence, ce résultat corrobore ceux d'Astous (2011) selon lesquels les individus plus jeunes ont une probabilité de défaut plus élevée. De même,

[15] La deuxième, troisième, quatrième et cinquième colonne représentent respectivement les paramètres estimés du modèle, les erreurs standards des coefficients, les p-valeurs associées au test de significativité des coefficients, et le rapport des risques (odds-ratios), utile pour l'interprétation des coefficients.
[16] Rapport de risque
[17] La variable a été codée 1 si femme et 0 si homme

Schreiner et Nagarajan (2000) avaient trouvé une hausse de la probabilité de défaut pour les jeunes emprunteurs.

L'expérience de l'emprunteur dans l'activité pour laquelle il a demandé le crédit influence positivement et significativement la probabilité d'apparition du dernier remboursement. Ce résultat est similaire à celui de Diallo(2006) et de Schreiner (1999) qui avaient trouvé qu'un nouvel emprunteur présente plus un risque de défaut qu'un emprunteur ayant des crédits à son passif.

Quant au degré de rationnement du crédit, les résultats issus du modèle de Cox montrent que le fait qu'un crédit soit rationné augmente la durée effective de remboursement, i.e. plus il y a écart entre le prêt demandé et le prêt obtenu, plus l'emprunteur n'est pas disposé à bien remboursé le prêt à l'échéance, ce qui allonge la durée de remboursement. Le rationnement de crédit se fait lors de l'analyse du dossier de demande, et plusieurs facteurs sont pris en compte, principalement la nature de l'activité à financer, le niveau de revenu et de richesse qui détermine la capacité de remboursement de l'emprunteur. Ces résultats corroborent ceux de Viganò (1993), de Diallo (2006), et de Borauzima & Mugisho (2014).

III.5. Atouts, perspectives de recherches ultérieures

Lorsqu'on parle du risque de crédit, on s'intéresse beaucoup plus au temps ou à la période de remboursement. Ainsi, selon le comité de Bâle (cité par Diallo, 2006) lorsque le remboursement n'est pas encore effectué au $30^{ème}$ jour de l'échéance convenue, l'emprunteur est déclaré défaillant et le montant restant fait à ce moment-là partie du portefeuille à risque à 30 jours. Lorsqu'ils modélisent le défaut de remboursement du crédit, beaucoup d'auteurs se limitent à étudier si le client a ou n'a pas remboursé le prêt lui octroyé à l'échéance, sans analyser la durée de remboursement de chacun des prêts octroyés. Car, même si le client n'a pas remboursé à l'échéance, il importe d'intégrer dans les analyses le temps auquel il a remboursé. Le mérite de ce travail est donc d'analyser la durée de remboursement de tous les prêts octroyés, depuis la date de leur mise en place jusqu'à la date de leur amortissement.

La principale limite de ce travail réside dans l'insuffisance des variables explicatives retenues. En effet, nous n'avons pas eu accès à certaines informations socio-démographiques et socio-économiques des enquêtés comme l'état-civil, le niveau d'étude, … d'autant plus que nous n'avons pas eu un entretien avec les enquêtés. La base des données à notre disposition ne contenait que les seules variables ici analysées, en l'occurrence, l'âge, la durée d'accès au crédit, la durée du dernier remboursement s'il a eu lieu, la valeur de la garanti, le sexe, le montant demandé et le montant reçu, l'expérience professionnel de l'emprunteur.

Il serait alors intéressant d'intégrer, en adoptant la même méthodologie, les autres variables qui peuvent influencer la durée de remboursement du crédit ou le défaut de remboursement du crédit.

Le modèle de Cox et l'estimation de Kaplan Meier permettant de faire des comparaisons entre sous-groupes, une analyse comparative entre deux, ou plusieurs institutions de microfinance s'avère très intéressante pour approfondir et compléter cette étude. Aussi certaines caractéristiques des membres peuvent-elles varier au cours du temps, hypothèse non prise en compte par notre modélisation, par manque des données.

CONCLUSION

Dans cette investigation, nous avons analysé la distribution du remboursement des prêts pendant toute la durée du prêt, mais aussi déterminer les facteurs influant sur le taux de remboursement du crédit au courant de la durée de vie du prêt.

Nos préoccupations visaient à tester les hypothèses selon lesquelles plus de la moitié des emprunteurs n'auraient pas remboursé leur prêt à l'échéance convenue − les variables Age, Sexe, Expérience de l'emprunteur, Montant demandé, Montant reçu, Valeur de la garantie et Degré de rationnement du crédit influenceraient le taux ou la probabilité de remboursement effectif du prêt au cours du temps.

Afin de vérifier les hypothèses ci-haut, nous avons fait recours, d'une part, à l'estimation non paramétrique de la durée de vie du prêt et plus spécifiquement la méthode actuarielle et d'autre part au modèle de Cox. Ces techniques nous servis respectivement à analyser la survenue des remboursements au courant de la durée de vie prêt, fait qui nous permis à vérifier notre première hypothèse, et à déterminer les facteurs influençant la durée de vie du prêt ou mieux la probabilité de survenue de remboursement intégral du prêt.

De la description des variables, nous avons retenu que l'âge moyen des emprunteurs fut de 37,8 ans. Ils ont une expérience professionnelle de 8,5 ans. Le montant de crédit demandé et le montant reçu s'élèvent en moyenne respectivement à 5938,60 $US et à 4668,75 $US. La durée effective du prêt a été en moyenne de 452 jours.

Nos résultats ont enfin prouvé que 64% des emprunteurs n'avaient pas encore remboursé la totalité de leur crédit jusqu'à la période d'étude, résultat qui confirme notre première hypothèse de travail. Ce résultat devant toutefois être pris précaution, car certains emprunteurs dont les prêts n'avaient pas encore atteint la durée contractuelle ont été censurés. Par ailleurs, les variables Degré de rationnement, Valeur de la garantie, Sexe de l'emprunteur (le fait d'être femme) et Expérience professionnelle viennent d'être trouvées comme exerçant une influence significative sur

la probabilité d'apparition du dernier remboursement, résultats qui, une fois de plus, corroborent nos hypothèses émises sur ces variables.

BIBLIOGRAPHIE

BALOMBA P. (2005), « la micro-finance en République Démocratique du Congo : cas du site maraicher de N'djili/CECOMAF à Kinshasa », mémoire de maitrise en économie et sociologie rurales, UCL.

BCC (2013), « Rapport d'activités de la micro-finance 2012 », Banque Centrale du Congo.

BORAUZIMA L. et MUGISHO G.(2013), « Déterminants du défaut de remboursement des crédits à la Mecre/Uvira », BJESS N°2, pp41-62.

COURGEAU D., LELIEVRE E.(1990), « L'approche biographique en démographie. In: *Revue française de sociologie »*, 31-1. pp. 55-74.

COX D. R. (1972), "Regression Models and Life Tables (with Discussion)." Journal of the Royal Statistical Society, Series B 34:187—220.

D'ASTOUS P.(2011), « Analyse empirique des marges de crédit et de la probabilité de défaut des particuliers », mémoire de maitrise ès sciences, HEC Montréal.

DIALLO B. (2006), « Un modèle de crédit scoring pour une institution de micro-finance africaine : le cas de Nyesigiso au Mali », Laboratoire d'Economie d'Orléans, Université d'Orléans.

FELLEGI I.P.(2003), Méthodes et pratique d'enquête, Ottawa, Canada.

IMPAVIDO G. (1998), "Institutional Investors, Stock Markets and Firms' Information Disclosure", University of Warwick Working Paper N^{o} 305.

LE GOFF JEAN-MARIE & FORNEY YANNIC (Février 2013), « Méthodes non-paramétriques de l'analyse des événements du parcours de vie (Event history Analysis) . Estimations avec SPSS. Méthode de Kaplan-Meier et méthode actuarielle ».

LAMBONI D. (2008), Les déterminants du remboursement de crédits agricoles au sud-est du Togo : Le Cas de la COOPEC-Afagnan, mémoire de maîtrise en économie rurale, Université de Laval.

NATIONS UNIES (2006), Construire des secteurs financiers accessibles à tous, FENU et DAES, Nations Unies, New York.

NDIAYE K. (2012), « Le scoring en micro-finance : un outil de gestion du risque de crédit », Programme d'Appui à la Micro-finance (PAMIF) et Consortium pour la Recherche Economique et Sociale (CRES).

NIYONDIKO D.(2013), Eléments de statistique mathématique, UEA, Bukavu.

SAPORTA G.(2006), Classification supervisée et credit scoring, CNAM, Lyon.

SCHREINER M.(1999), "The Risk of Exit by Borrowers from a Microlender in Bolivia", Journal of Development Studies, Washington University in St. Louis.

SCHREINER M.(2000), "Credit scoring for microfinance, can it work?", Journal of Microfinance vol. 2, n° 2.

SCHREINER M.(2004), "Benefits and Pitfalls of Statistical Credit Scoring for Microfinance", Microfinance risk management, Washington University in St. Louis.

SHARPE S. A. (1990), "Asymmetric Information, Bank Lending, and Implicit Contracts: a stylized Model of Customer Relationships. The Journal of Finance 45, pp. 1069-1087.

VIGANÒ L. (1993), « A credit scoring model for development banks: an African study", Savings and Development n° 4 vol 22, pp 441-482.