

MEDAF avec liquidité : Application au marché boursier tunisien

Abdelfatteh BOURI

Professeur en finance et Directeur de l'unité de recherche COFFIT à la FSEGS.

Tarek BOUCHADDEKH

Assistant à l'ISG de Gabès, Docteur en Méthodes Comptables et financières, unité de recherche RED



Résumé

Après le relatif échec empirique du MEDAF et la remise en question des variables taille et ratio book-to-market dans le modèle de Fama & French (1992), la question de l'évaluation de couple rentabilité-risque est toujours posée.

La littérature théorique et empirique en ce domaine montre l'incapacité des théories traditionnelles du portefeuille (notamment le MEDAF standard) d'expliquer correctement la formation de prix. En effet, ces théories traditionnelles sont basées sur des hypothèses irréalistes, à savoir : l'efficacité et la perfection du marché. La théorie de microstructure des marchés, qui se base sur des hypothèses plus réalistes, vient pour proposer des modélisations plus proches de la réalité des marchés boursiers.

Dans ce contexte, l'objet de ce travail était d'examiner la problématique relative à la recherche d'une modélisation, fondée sur le concept de la liquidité, se rapprochant aux réalités des marchés des actions qui permettent d'améliorer l'appréhension des éléments fondamentaux régissant la dynamique des prix des actifs financiers.

Pour ce faire, à côté du MEDAF standard, nous avons examiné empiriquement deux modèles fondée sur le concept de liquidité, qui peuvent aider à expliquer la manière dont les rendements des titres sont affectés par le coût et le risque d'illiquidité, à savoir : le modèle "*Liquidity-adjusted capital asset pricing model ; LACAPM*" proposé par Viral, Acharya & Pederson (2004) et le modèle "*the float-adjusted return model FARM*" proposé par weill (2006). Les deux modèles fournissent un cadre théorique confirmant les résultats empiriques selon lesquels les rendements sont affectés par la liquidité (Voir Pasteur et Stambaugh, 2003).

A la lumière des tests que nous avons effectué sur un échantillon de 40 titres cotés en continu sur le marché boursier tunisien sur la période allant de 01/02/2011 jusqu'au 31/01/2013, les résultats s'avèrent concluants. D'abord, nous avons mis en évidence l'existence d'un biais d'évaluation. Ensuite, la relation entre les rendements et les estimateurs de coût et risque d'illiquidité est forte ; ceci justifie le passage au MEDAF avec liquidité. Un tel modèle s'avère très puissants et les résultats prouvent l'importance de tenir compte de coûts et risque d'illiquidité dans l'évaluation des titres boursiers.

Mots clés : MEDAF, Théorie de microstructure des marchés, liquidité, coût d'illiquidité et risque d'illiquidité.

Abstract

After the relative empirical failure of the CAPM and the questioning of variables size and ratio book-to-market in the model of Fama and French (1992), the question of the evaluation of couple profitability-risk is always put.

The theoretical and empirical literature in this domain shows the incapacity of the traditional portfolio theories (in particular the standard CAPM to explain correctly the prices formation. Indeed, these traditional theories are based on unrealistic hypotheses, worth knowing: the efficiency and the perfection of the market. The markets microstructure theory, which bases itself on more realistic hypotheses, comes to propose modeling closer to the reality of stock markets.

In this context, the object of this work was to examine the relative problem in search of a modeling, based on the concept of the liquidity, getting closer to the realities of the equity markets which allow to improve the apprehension of the fundamental elements governing the dynamics of the of financial assets prices.

To do it, next to the standard CAPM, we examined empirically two models based on liquidity concept, which can help to explain the way that securities returns are affected by the cost and the risk of illiquidity, worth knowing: " *Liquidity-adjusted asset pricing model; LACAPM* " proposed by Viral, Acharaya and Pederson (2004) and " *The float-adjusted return model, FARM* " proposed by weill (2006). Both models supply a theoretical frame confirming the empirical results according to which the securities returns are affected by liquidity (See Pasteur and Stambaugh, 2003).

Before a study of a sample of 40 quoted securities in Tunisian financial market, on the period of 01/02/2011 to 31/01/2013, results appear conclusive. First, we show the existence of asset pricing bias compared to the standard CAPM. Furthermore, we find a strong relation between illiquidity cost estimator and returns; thus the use of the CAPM with liquidity. This model appears very strong and the results prove the necessity to account for liquidity in asset pricing.

Keywords: CAPM, markets Microstructure Theory, liquidity, cost illiquidity and illiquidity risk.

Introduction

Le MEDAF (ou CAPM) standard développé par Sharp (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966) constitue sans nul doute la pierre angulaire de la finance moderne. Le développement de MEDAF suppose que tous les investisseurs aient les mêmes anticipations quant aux distributions des rendements des titres disponibles sur un marché. Cependant, en pratique, les investisseurs ne disposent pas nécessairement des mêmes informations. En fait, il est même largement reconnu que ce sont les divergences d'opinions des investisseurs qui génèrent la plupart des transactions que l'on peut observer sur les marchés financiers. Nombreuses sont les recherches qui ont contribué à relâcher l'hypothèse de l'absence des coûts de transaction. En effet, dès le milieu des années 70 un grand nombre d'extensions de CAPM a été dérivé.

La théorie de microstructure vient pour supporter ces extensions, en proposant des modèles d'évaluation des actifs financiers tenant compte des frictions (coûts d'illiquidité, de transactions et d'asymétrie d'informations).

Chordia, Roll & Subrahmayam 2000 ; Hasbrouck et Seppi, 2001; Huberman et Halka, 1999 ont prouvé que la liquidité peut engendrer des risques ; elle varie au cours du temps aussi bien pour les titres individuels que pour l'ensemble du marché.

Une relation négative entre la liquidité et les rendements des titres au niveau individuel a exploré un certain nombre d'études, y compris Amihud & Mendelsen (1986, 1989) et Brennan (1998). Une recherche plus récente s'est concentrée sur les éléments communs de la liquidité et sur la question si la liquidité représente un facteur de risque systématique. En particulier, Chordia, Roll & Subrahmanyam (2000), Hasbrouck et Seppi (2001) et Huberman & Halka (2001) documentent l'existence des éléments communs de la liquidité sur le marché des actions des USA. Ceci soulève encore une autre question de recherche, à savoir : si la liquidité est considérée comme un facteur de risque systématique. A cet égard, Amihud (2002) mesure l'illiquidité du marché par le rapport entre la valeur absolue du rendement et le volume de transactions exprimé en dollar ; il prouve l'existence d'une prime d'illiquidité. Pasteur et *Stambaugh* (2003) mesurent la liquidité par le flux d'ordre. Ils constatent que les rendements espérés augmentent avec le bêta de la liquidité (qui est une mesure de la sensibilité de la liquidité au rendement du marché). Ceci est expliqué par le fait que le risque systématique est un facteur important expliquant le rendement des cours boursiers. En outre, Gibson et Mougeot (2004) estiment la liquidité par le nombre des actions échangées constituant l'indice S&P 500. Ils concluent également que le risque systématique de la liquidité peut subsister.

Un dispositif commun à toutes les études ci-dessus est qu'il n'y a pas une mesure standard et acceptable de la liquidité. Pour cela, chaque étude utilise une mesure différente de l'autre. En outre, aucune des études ci-dessus n'est explicitement basée sur le MEDAF qui est un modèle d'équilibre. Dans ce travail, nous étudions si le coût d'illiquidité, le risque d'illiquidité et le risque systématique de la liquidité sont significatifs à l'équilibre. Pour ce faire nous avons examiné empiriquement, d'une part, le MEDAF avec coût et risque d'illiquidité (LACAPM proposé par Acharya & Pedersen (2004)), d'autre part, le modèle FARM proposé récemment par Weill (2006).

Le modèle LACAPM complète la littérature théorique sur l'évaluation des titres en présence de frictions (Amihud et Mendelson, 1986 ; Vayanos, 1998; Huang, 2003). Dans ce modèle, la rentabilité exigée d'un titre augmente avec son niveau d'illiquidité attendu et son « bêta net ».

Le modèle FARM est dérivé sous un format semblable au CAPM standard ($E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \beta_i [E(R_{m,t}) - R_{f,t}]$). Weill (2006) remplace le taux sans risque par le rendement du titre le plus liquide sur le marché. Cela signifie qu'au lieu de déposer de l'argent au taux sans risque l'investisseur sera amené à investir une partie de sa richesse dans le titre le plus liquide.

Dans ce contexte, l'objet de ce travail était d'examiner la problématique relative à la recherche d'une modélisation, fondée sur le concept de la liquidité, se rapprochant aux réalités des marchés des

actions qui permettent d'améliorer l'appréhension des éléments fondamentaux régissant la dynamique des prix des actifs financiers.

Ce travail de recherche fournit une application empirique aux modèles d'évaluation des actifs financiers avec frictions. Pour ce faire, nous avons procédé comme suit : Dans la section 1, nous testons la validité du MEDAF standard. Dans la section 2, nous présentons et examinons empiriquement, un modèle d'équilibre des actifs financiers ajusté au coût et risque d'illiquidité (Liquidity-adjusted capital asset pricing model ; LACAPM, 2004). Dans la section 3, nous présentons et mettons en application un test empirique sur un modèle récemment proposé par Weill (2006), à savoir : the float-adjusted return model (FARM). Dans la section 4, en faisant un rapprochement ou une comparaison entre les modèles précédemment examinés, nous avons essayé de dériver un MEDAF avec liquidité approprié au marché boursier tunisien.

Section 1 : Validation empirique du MEDAF Standard

Le MEDAF standard est un modèle d'évaluation d'équilibre qui permet de visualiser la relation existante entre l'excès des rendements d'un actif (par rapport au taux sans risque) et l'excès des rendements de portefeuille du marché (ou le risque systématique). Le MEDAF standard se présente comme suit :

$$E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \beta_i [E(R_{m,t}) - R_{f,t}] + \varepsilon_{i,t} \quad \text{où, } \varepsilon_{i,t} \rightarrow iid(0, \sigma^2) \quad (1)$$

$E(R_{i,t})$: L'espérance des rendements de portefeuille ou de titre i à l'instant t .

$E(R_{m,t})$: L'espérance des rendements de portefeuille du marché à l'instant t .

$R_{f,t}$: Le taux de rendement sans risque relatif à la période de placement.

β_i : Le coefficient de sensibilité de portefeuille ou de titre i vis à vis de portefeuille du marché.

Pour des fins d'estimation, il est commode de transformer la version standard de MEDAF en une expression équivalente basée sur des variables observables, à savoir :

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \beta_i [R_{m,t} - R_{f,t}] + \varepsilon_{i,t} \quad (2)$$

La plupart des travaux empiriques effectuées en ce domaine introduit une constante α_i à cette dernière expression :

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i [R_{m,t} - R_{f,t}] + \varepsilon_{i,t} \quad (3)$$

Selon les attentes de cette équation d'équilibre, les coefficients α_i doivent être statistiquement nuls, en revanche les coefficients β_i seront positifs et significatifs.

En bref, tester le MEDAF standard sur le marché boursier tunisien revient à estimer l'expression donnée par l'équation (3). Pour ce faire, on a calculé des variables mensuelles relatives à cette dernière équation, à savoir :

- $R_{i,t} = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$ où P_t , est le cours de clôture relatif au mois t .
- $R_{m,t} = (I_t - I_{t-1}) / I_{t-1}$ où I_t , est le cours de clôture de l'indice BVMT relatif au mois t .
- $R_{f,t} = (1 + R_{f,at})^{12} - 1$, où $R_{f,at}$, est le taux moyen pondéré annuel des souscriptions aux bons du trésor cessibles relatif au mois t (toutes échéances confondues).

La technique économétrique utilisée dans cette étude consiste à estimer la régression donnée par l'équation (3) par MCO sur des données de panel.

Les résultats de l'estimation de l'équation (3) sur des données de panel, par MCO, sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 1 : Validation empirique du

MEDAF standard ($R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i [R_{m,t} - R_{f,t}] + \varepsilon_{i,t}$)

α	t-student	β	t-student	R ²	F-stat
-0.001331	-5.237933	0.600058	9.799099	0.128566	3.389582

En se référant à la statistique de *Student*, nous remarquons clairement que le coefficient β_i , est positif et significatif au seuil de 1%. Ceci valide les attentes de MEDAF standard et implique que le risque systématique joue un rôle prépondérant dans la rémunération des investisseurs. De même, le coefficient α_i est statistiquement non nul au seuil de 1%. Ceci est en contradiction avec les attentes de MEDAF standard et implique que la constante α_i intervient significativement dans l'explication de l'excès des rendements des titres cotés en continu sur le marché boursier tunisien. De plus, le coefficient détermination R² est un peu faible (12.8%). Ceci justifié l'existence d'une anomalie.

L'existence d'une telle anomalie nous exige de penser à introduire au MEDAF standard d'autres facteurs qui peuvent influencer significativement les rendements en excès des titres boursiers. Ces facteurs peuvent être à l'origine de plusieurs sources, à savoir : la liquidité, le coût et risque d'illiquidité, le coût de l'asymétrie d'information, etc.

Section 2 : MEDAF avec coût et risque d'illiquidité (Liquidity-adjusted capital asset pricing model ; LACAPM, 2004)

2.1 Présentation du modèle Liquidity-Adjusted Capital Asset Pricing Model (LACAPM)

Ce modèle, proposé par Acharya & Pedersen (2004), nous offre un cadre théorique qui illustre plusieurs canaux par lesquels le risque et le coût d'illiquidité peut affecter la formation des prix des actifs. Le modèle est fondé sur les hypothèses suivantes :

- Le modèle suppose l'existence d'une économie simple de plusieurs générations d'agents bornées sur des périodes $t \in]...; -2; -1; 0; 1; 2; ...[$. La génération t se compose de N agents, indexés par n , qui vivent pendant deux périodes, t et $t+1$.
- L'agent n de la génération t a une richesse à l'instant t et n'a aucune autre source du revenu. Il effectue des échanges en périodes t et $t+1$ et possède une fonction d'utilité $t+1$ qui dépend de la consommation. Il a une aversion absolue pour le risque constante, A_n , de sorte que ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité espérée suivante :

$$- E_t \exp(- A^n x_{t+1}) \quad (4)$$

Où x_{t+1} , est la consommation au temps $t+1$.

- Il existe I titres indexés par $i = 1, ..., t, ..., I$, avec un total de S^i parts de titres i . A l'instant t , le titre i paye un dividende, D_t^i et possède un cours ex-dividende de p_t^i et un coût d'illiquidité de C_t^i ; où D_t^i et C_t^i sont des variables aléatoires. Toutes les variables sont sur un espace de

probabilité $\{\Omega, F, P\}$; et toutes les variables aléatoires indexées par t sont mesurables sur la filtration $\{F_t\}$ représentant l'information généralement disponible aux investisseurs.

- Le coût d'illiquidité, C_{it} ; est modélisé tout simplement par le coût par titre i vendu. Par conséquent, les agents peuvent acheter à p_i mais doivent vendre à $p_i - C_i$. Les ventes à découvert sont non autorisées.
- Dans ce modèle, c'est l'incertitude au niveau du coût d'illiquidité qui génère le risque d'illiquidité. Particulièrement, le modèle suppose que D_{it} et C_{it} sont des processus autorégressifs d'ordre 1 :

$$D_{it} = \bar{D} + \rho^D (D_{it-1} - \bar{D}) + \varepsilon_{it} \quad (5)$$

$$C_{it} = \bar{C} + \rho^C (C_{it-1} - \bar{C}) + \eta_{it} \quad (6)$$

$\bar{D}, \bar{C} \in \mathfrak{R}_+^1$: Sont des vecteurs positifs.

$$\rho^C, \rho^D \in [0, 1] .$$

$\varepsilon_{it}, \eta_{it}$: Sont des processus normaux indépendants et identiquement distribués.

- Le modèle suppose que les agents peuvent emprunter et prêter au taux du rendement sans risque $r_f > 1$.

Les hypothèses relatives aux agents, aux préférences, et aux dividendes sont fortes. L'hypothèse centrale réside dans le fait que la fonction d'utilité quadratique est croissante et concave. Ces hypothèses permettent également d'étudier la prévisibilité du rendement provoqué par l'illiquidité et les co-variations des rendements et d'illiquidité.

Il devrait également noter que l'estimation du coût d'illiquidité, C_{it} , par le coût de transactions ou le bid-ask spread n'est pas réaliste. En effet, le coût d'illiquidité pourrait représenter d'autres charges réelles, par exemple, celles qui sont liées à l'exécution des opérations d'échange (voir Duffie, Grleanu, & Pedersen (2003)). Le rendement brut espéré d'un actif peut être formulé comme suit :

$$r_{it}^i = \frac{D_{it}^i + P_{it}^i}{P_{t-1}^i} \quad (7)$$

Le coût d'illiquidité relatif, peut être calculé comme suit :

$$C_{it}^i = \frac{C_{it}^i}{P_{t-1}^i} \quad (8)$$

Le rendement du marché peut être formulé comme suit :

$$r_t^M = \frac{\sum_i S_i^i (D_{it}^i + P_{it}^i)}{\sum_i S_i^i P_{t-1}^i} \quad (9)$$

Le coût d'illiquidité du marché est mesuré par (mesure proposée par Amihud, 2002) :

$$C_t^M = \frac{\sum_i S_i^i C_i^t}{\sum_i S_i^i P_{t-1}^i} \quad (10)$$

Dans un équilibre concurrentiel les agents choisissent la consommation et les portefeuilles qui maximisent leurs fonctions d'utilité et les prix sont déterminés par les marchés.

Pour déterminer les prix d'équilibre, les auteurs supposent l'existence d'une économie avec les mêmes agents dans lesquels le titre paye un dividende, $D_i - C_i$, et sans coût d'illiquidité. Dans ce cas, les résultats impliquent la validité du *CAPM* standard (Markowitz, 1952 ; Sharpe, 1964 ; Lintner, 1965 ; Mossin, 1966). Les auteurs suggèrent, aussi, que les prix d'équilibre dans une économie réelle tenant compte de frictions soient identiques à ceux de notre économie suggérée. Ceci est conforme aux deux faits suivants : (i) le rendement net pour une longue position est le même dans les deux types d'économies et (ii) tous les investisseurs, dans ce cas, tiennent une longue position pour le portefeuille du marché, et une position longue ou courte pour l'actif sans risque. Par conséquent, le rendement d'équilibre de l'investisseur dans l'économie sans frictions est faisable pour l'économie réelle et est également optimal.

Ces arguments prouvent le passage du *MEDAF* standard, qui suppose l'absence de frictions, vers un *MEDAF* avec rendements nets de coûts d'illiquidité. En remplaçant l'expression du *MEDAF* standard en termes de rendements nets par une expression en termes de rendements bruts, nous obtenons le *CAPM ajusté* à la liquidité. C'est l'implication principale de ce modèle.

A l'équilibre, le rendement net espéré conditionnel du titre i , est de :

$$E_t (r_{t+1}^i - c_{t+1}^i) = r_f + \lambda_t \frac{\text{cov}(r_{t+1}^i - c_{t+1}^i, r_{t+1}^M - c_{t+1}^M)}{\text{var}(r_{t+1}^M - c_{t+1}^M)} \quad (11)$$

Où, $\lambda_t = E_t (r_{t+1}^M - c_{t+1}^M - r_f)$: la prime du risque d'illiquidité.

L'équation (11) montre que l'excès du rendement exigé par rapport au taux sans risque et au coût d'illiquidité dépend de la covariance entre le rendement d'un titre et la liquidité du marché.

Les résultats les plus intéressants dégagés de l'examen empirique de ce modèle par Acharya & Pedersen (2004) sont les suivants :

- Un titre illiquide possède un risque de liquidité élevé. Ce résultat confirme la course à la liquidité (« *flight to liquidity* ») observée sur les marchés illiquides.
- Les tests empiriques ont montré que la sensibilité de la liquidité d'un titre à la rentabilité du marché est la source de risque de liquidité la plus importante.
- Les auteurs montrent que le *MEDAF* ajusté au risque de liquidité possède un pouvoir explicatif plus élevé que le *MEDAF* standard ($R^2 = 91\% > R^2 = 75,7\%$) pour un même degré de liberté. L'amélioration du modèle ne provient donc pas de l'ajout d'une variable explicative mais d'une meilleure spécification

2.2 Validation empirique du modèle *LACAPM (Liquidity-Adjusted Capital Asset Pricing Model)*

Avant de tester empiriquement le modèle *LACAPM*, nous allons, d'abord, étudier l'effet de coût d'illiquidité individuel et agrégé sur les rendements des titres.

2.2.1 Effet du coût d'illiquidité individuel et agrégé sur les rendements des cours boursiers

Afin d'expliquer les rendements boursiers la littérature nous offre une multitude des variables, à savoir : le risque systématique du marché, coût d'illiquidité et risque de liquidité, coût d'information, coût de transaction, etc. Ces dernières constituent les vecteurs d'informations les plus importants

dans l'approche traditionnelle et l'approche de la microstructure. A ce stade, notre investigation consiste à étudier l'effet du coût d'illiquidité sur les rendements des cours boursiers.

Pour ce faire, on a estimé, par la méthode de MCO, les modèles simples, intégrant les coûts d'illiquidité, suivants :

$$R_{it} = a_0 + a_1 c_{it} + \eta_{it} \quad (12)$$

$$R_{it} = a_0 + a_1 c_{mt} + \mu_{it} \quad (13)$$

Avec,

$$R_{it} = \ln(P_t / P_{t-1})$$

$$c_{it} = \frac{1}{\text{Days}_{it}} \sum_{d=1}^{\text{Days}_{it}} \frac{|\ln(P_{dit} / P_{dit-1})|}{(V_{dit})} : \text{Le coût d'illiquidité du titre } i \text{ à l'instant } t.$$

Les résultats des estimations, par MCO sur le logiciel **Eviews 6** des modèles (12) et (13) pour l'ensemble de l'échantillon, sur des données de panel sont présentés dans le **tableau** suivant:

Tableau 2 : Effet des coûts d'illiquidité individuels et agrégés sur le rendement

PANEL	A0	t-stat	A1	t-stat	R^2
C_{it}	-0.001227	-4.595090	0.595578	6.098638	0.078325
C_{mt}	0.000282	1.316343	0.899159	6.140836	0.064378

Les résultats issus du *tableau 2*, vont exactement dans le même sens que la littérature théorique indiquant une relation négative entre la liquidité et les rendements des titres (voir, par exemple, Pastor and Stambaugh (2003)). Le signe attendu de a_1 est positif car une augmentation du coût d'illiquidité implique une compensation par une augmentation du rendement des titres.

Le coefficient de détermination est faible (environ 7%). Ceci suggère l'existence, en plus du coût d'illiquidité, d'autres facteurs expliquant les rendements boursiers.

2.2.2 Estimation du MEDAF avec coût d'illiquidité (Liquidity-Adjusted Capital Asset Pricing Model, 2004)

L'objectif de cette sous-section est de valider empiriquement le modèle théorique d'évaluation des actifs financiers tenant compte des coûts d'illiquidité proposé par Viral, Acharya & Pedersen (2004) :

$$\bar{R}_{i,t} - R_{f,t} = c_i + \alpha_i ILLIQ_{i,t} + \beta_k (\bar{R}_M - R_{f,t} - ILLIQ_M) \quad (14)$$

Pour des fins d'estimation, nous avons plutôt estimé le modèle suivant :

$$R_{i,t} - R_{f,t} = c_i + \alpha_i ILLIQ_{i,t} + \beta_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}] + \varepsilon_{i,t} \quad (15)$$

Selon les attentes de cette équation d'équilibre, les coefficients c_i doivent être statistiquement nuls. En revanche, les coefficients β_i seront significatifs et positifs afin de traduire une relation positive entre l'excès des rendements (par rapport au taux sans risque) et le risque systématique net des coûts d'illiquidité. En ce qui concerne les coefficients α_i , la littérature nous montre une ambiguïté quant à la relation entre la liquidité et le rendement.

Les résultats des estimations, par MCO, de l'équation (15), en utilisant des données de panel, sur le logiciel Eviews 6 sont présentés dans le **tableau** suivant :

Tableau 3 : MEDAF avec coût et risque d'illiquidité (LACAPM)

$$R_{i,t} - R_{f,t} = c_i + \alpha_i ILLIQ_{i,t} + \beta_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}] + \varepsilon_{i,t}$$

c	t -Statistic	α	t -Statistic	β	t -Statistic	R^2	F-stat
-0.000335	-0.663047	0.667046	6.976422	0.804737	10.17497	0.170479	4.601527

Les résultats présentés au **tableau 3** prouvent vraisemblablement la validité du MEDAF tenant compte d'illiquidité. En effet, en premier lieu, le coefficient c_i est statistiquement nul. En deuxième lieu, le coefficient α_i est positif et significatif. Ceci corrobore le résultat de Pastor and Stambaugh (2003) qui prouvent l'existence d'une relation négative entre le rendement et la liquidité. En troisième lieu, le coefficient β_i est positif et significatif au seuil de 1%. Ceci corrobore la littérature de gestion de portefeuille indiquant que tout type du risque sur le marché (le risque du marché net du coût d'illiquidité dans notre cas) sera composé par un rendement supplémentaire. Enfin, le coefficients de détermination R^2 est amélioré par rapport au MEDAF standard précédemment estimé (R^2 passe de 12% à 17%).

Enfin, pour s'assurer de la spécification économétrique de MEDAF avec coût de l'illiquidité, il est fort intéressant d'étudier la linéarité entre l'excès de rendements nets des coûts d'illiquidité des titres individuels et celui de portefeuille du marché. Pour ce faire, nous allons estimer par MCO l'équation suivante :

$$R_{i,t} - R_{f,t} = a_i + b_i ILLIQ + c_i ILLIQ^2 + d_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}] + e_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}]^2 + \varepsilon_{i,t} \quad (16)$$

Sous l'hypothèse nulle de linéarité, le coefficient c_i et e_i doivent être statistiquement non significatif.

Les résultats de l'estimation de l'équation (16), sur des données de panel, sont présentés dans le **tableau** suivant :

Tableau 4 : Test de linéarité

$$R_{i,t} - R_{f,t} = a_i + b_i ILLIQ + c_i ILLIQ^2 + d_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}] + e_i [R_{m,t} - R_{f,t} - ILLIQ_{m,t}]^2 + \varepsilon_{i,t}$$

a	t -Statistic	b	t -Statistic	c	t -Statistic	d	t -Statistic	e	t -Statistic
0.001719	1.492148	-0.2481	-1.9665	43.88659	1.17128	1.199475	3.040455	41.13908	1.253860

Le **tableau 4** fait apparaître des résultats très puissants. En effet, les coefficients b sont tous et significatifs au seuil de 1%. En revanche, tous les coefficients c_i et e_i sont non significatifs. Par conséquent, la linéarité est bien respectée.

D'après les résultats de cette étude, il s'avère que le MEDAF tenant compte du coût d'illiquidité est le modèle d'équilibre le plus approprié, par rapport au MEDAF standard, qui nous permet d'évaluer les titres cotés en continu sur le marché boursier tunisien.

Enfin, la validité du modèle LACAPM nous amène à effectuer un rapprochement ou une comparaison avec le MEDAF standard.

Tableau 5 : Comparaison avec le MEDAF standard

PANEL	R ²	F-stat
MEDAF standard	0.128566	3.389582
LACAPM	0.170479	4.601527

La comparaison de la performance des modèles peut être effectuée à travers la statistique de Fisher et le coefficient de détermination, R^2 . En effet, le **tableau 5** montre que la statistique de Fisher et le coefficient de détermination sont significativement plus élevés pour le *modèle LACAPM*. **Ceci corrobore vraisemblablement, l'hypothèse selon laquelle le modèle LACAPM possède un pouvoir explicatif du rendement supérieur à celui du MEDAF standard.**

Ce dernier résultat nous incite à étudier, dans la section suivante, un deuxième modèle d'évaluation tenant compte de la liquidité.

Section 3: Modèle FARM (the float-adjusted return model) propose par Weill (2006)

3.1 Présentation du modèle FARM (The float-adjusted return model)

Le modèle FARM déclare que, à l'équilibre, la variation de la liquidité des titres est proportionnelle à l'inverse du volume en circulation (free float) exprimé en dollar :

$$R_{i,t} - R_L = \frac{\bar{\phi}}{\phi_i} [R_M^{FW} - R_L] \quad (17)$$

ϕ_i : Le volume en circulation du titre i défini comme étant une partie de leur capitalisation boursière disponible pour la vente.

$\bar{\phi}$: Le volume moyen en circulation sur le marché exprimé en valeur.

$R_{i,t}$ et R_L sont, respectivement, les rendements du titre i et de l'actif "parfaitement liquide", L (qui peut être acheté et vendu immédiatement).

R_M^{FW} : Le rendement par référence au marché.

Évidemment, le modèle FARM, comme indiquée dans l'équation (17), a un format semblable au CAPM proposé par Sharpe (1964) et Lintner (1965) : $E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \beta_i [E(R_{m,t}) - R_{f,t}]$. En suivant Pasteur et *Stambaugh* (2003), les auteurs désignent par $\bar{\phi} / \phi_i$ dans (1) "le bêta de la liquidité". Il est interprété comme la mesure de la sensibilité des rendements du titre au risque systématique de la liquidité.

Etant donné que les sociétés à faible valeur ont habituellement une rotation de volume plus bas, ceci soutient l'utilisation de $\bar{\phi} / \phi_i$ comme mesure de la sensibilité du rendement au risque systématique de la liquidité. L'introduction de cette mesure nous mène à savoir si l'effet taille, documenté par Banz (1981) et Fama & French (1992), sera validé pour la liquidité puisque les sociétés de petite taille ont habituellement une rotation de volume plus faible.

Weill (2006) définit la rotation du volume exprimé en unité monétaire comme une partie de la capitalisation boursière disponible pour la vente. Elle peut être employée comme mesure de la liquidité. Cependant, empiriquement il s'est avéré difficile de la mesurer puisque ce type d'information est généralement non disponible. Pour éviter ce dernier problème, Weill (2006) estime $\bar{\phi} / \phi_i$ en employant le modèle DDC-MGARCH (dynamic-conditional-correlation multivariate GARCH model) proposé par Engle (2002).

Le modèle FARM, récemment proposé par Weil (2006), implique qu'aucun facteur du risque autre que le risque de la liquidité systématique ne devrait être significatif à l'équilibre. Pour examiner cette dernière hypothèse, l'auteur a introduit également d'autres variables largement répandues, telles que : le bêta du marché, la taille (estimée par la valeur marchande du titre, ME) et le ratio book-to-market (BE/ME). Le bêta du marché est inclus parce que le CAPM prévoit que le risque du marché est le seul facteur qui devrait expliquer le rendement d'équilibre. La taille et le ratio book-to-market sont intégrés dans le modèle parce qu'ils ont un effet significatif sur les marchés des actions des USA (Fama et French, 1992) et ceux chinois (Wang et Xu, 2004). En outre, l'auteur a introduit le facteur "rotation de volume" pour examiner l'effet individuel de la liquidité sur les rendements. Nous soulignons que ceci est distinct de la prime du risque systématique de la liquidité associé avec le bêta de la liquidité. En introduisant le facteur "rotation de volume" exprimé en dollar, nous pouvons examiner si l'effet taille est provoqué par la liquidité.

Tous les arguments ci-dessus mène à formuler la régression linéaire suivante :

$$R_{i,t} = R_{L,t} + \gamma_{1,t} \beta_{i,t}^L + \gamma_{2,t} \ln(\phi_{it}) + \gamma_{3,t} \hat{\beta}_{i,t}^M + \gamma_{4,t} \ln(ME) + \gamma_{5,t} \ln(BE / ME)_{it} + \mu_{i,t} \quad (18)$$

$\beta_{i,t}^L$ et $\hat{\beta}_{i,t}^M$ sont, respectivement, le bêta de la liquidité et le bêta du marché.

Le bêta du marché est estimé en employant le modèle DDC-MGARCH (dynamic-conditional-correlation multivariate GARCH model) proposé par Engle (2002). Le modèle FARM prévoit que le paramètre γ_1 , qui mesure la prime de risque de liquidité, est positif. Il prévoit également que les facteurs liés au bêta du marché, la taille et le ratio book-to-market ne devraient pas être significatifs lorsqu'on introduit le bêta de la liquidité dans la régression. En outre, nous prévoyons une relation négative entre le rendement et le taux de rotation des titres; ce dernier est traité en tant qu'une mesure de la liquidité. Ainsi, nous pouvons tester les hypothèses nulles suivantes : $\gamma_{1,t} > 0$, $\gamma_{2,t} < 0$ et

$$\gamma_{3,t} = \gamma_{4,t} = \gamma_{5,t} = 0.$$

Conceptuellement, l'actif "parfaitement liquide" peut être interprété comme la disponibilité monétaire ou le dépôt dans le compte bancaire qui pourrait être retiré ou employé dans les transactions immédiatement. Leurs rendements sont approximativement nuls et même inférieurs à zéro si nous tenons compte de l'inflation. Ainsi, pour valider empiriquement le modèle FARM nous devons avoir un rendement, R_L , très faible. Nous notons que nous devons faire la distinction entre l'actif "parfaitement liquide" et l'actif sans risque utilisé dans le cadre du CAPM standard. Ce dernier est estimé habituellement par le taux de bons du Trésor, qui n'est pas parfaitement liquide.

Weill (2006) a utilisé la technique en coupe transversal utilisée par Fama et MacBeth (1973). Pour chaque mois, les régressions en coupe transversal sont estimées dans l'équation (18). Il est important de se baser sur l'approche de Fama-MacBeth qui suppose que les coefficients estimés au cours du temps sont indépendants. Cette prétention pose un problème si les coefficients estimés soient fortement corrélés à travers le temps (Cochrane, 2001). Pour aborder cette question, l'auteur calcule également les t -statistiques basées sur la technique de Newey et West's (1987) (hétéroscedasticity, auto-corrélation et la matrice de covariance).

En résumés, Les résultats de l'estimation valident vraisemblablement le modèle FARM. En effet, comme il a été prévu, il existe une relation positive entre les rendements et le bêta de la liquidité. De même, la taille et le ratio book-to-market ont un effet significatif sur la variation du rendement.

3.2 Validation empirique du modèle FARM

Le modèle FARM se présente comme suit :

$$R_{i,t} - R_L = \frac{\bar{\phi}}{\phi_i} [R_M^{FW} - R_L] \quad (19)$$

$\bar{\phi} / \phi_i$: Le bêta de la liquidité. Il est interprété comme la mesure de la sensibilité des rendements du titre au risque systématique de la liquidité.

$R_{i,t}$ et R_L : Sont respectivement, les rendements du titre i et de l'actif "parfaitement liquide", L .

R_M^{FW} : Le rendement par référence au marché.

Comme il a signalé Weill (2006), empiriquement il s'est avéré difficile de mesurer "le bêta de la liquidité", $\bar{\phi} / \phi_i$, puisque ce type d'information est généralement non disponible. Pour éviter ce problème, nous considérons $\bar{\phi} / \phi_i$ comme coefficient à estimer.

Pour des fins d'estimation, on va estimer plutôt le modèle suivant :

$$R_{i,t} - R_L = \alpha_{it} + \frac{\bar{\phi}}{\phi_i} [R_M^{FW} - R_L] \quad (20)$$

Selon les attentes de cette équation d'équilibre, les coefficients α_i doivent être statistiquement nuls, en revanche les coefficients β_i seront positifs et significatifs.

La technique économétrique utilisée dans cette étude consiste à estimer la régression donnée par l'équation (20) par MCO sur des données de panel.

Les résultats des estimations, sur le logiciel **Eviews 6**, du modèle *FARM*, sur des données de panel sont présentés dans le **tableau** suivant :

Tableau 6 : Estimation de modèle FARM

$$R_{i,t} - R_L = \alpha_{it} + \frac{\bar{\phi}}{\phi_i} [R_M^{FW} - R_L]$$

α	<i>t-Statistic</i>	$\bar{\phi} / \phi_i$	<i>t-Statistic</i>	R^2	F-stat
----------	--------------------	-----------------------	--------------------	-------	--------

-4.69E-05	-0.303590	0.888062	30.39757	0.511540	24.06056
-----------	-----------	----------	----------	----------	----------

Les résultats présentés au **tableau 6** sont très puissants. En effet, d'une part, le coefficient α_i est statistiquement nul. D'autre part, le coefficient β_i est positif et significatif au seuil de 1%. De plus, le coefficient de détermination R^2 est amélioré par rapport au MEDAF standard et au modèle LACAPM estimé précédemment. Le coefficient de détermination R^2 atteint une valeur de 51%. Ceci corrobore les résultats de Weil (2006).

Enfin, pour s'assurer de la spécification économétrique de modèle FARM, il est fort intéressant d'étudier la linéarité entre l'excès de rendement du titre individuel par rapport au rendement du titre parfaitement liquide et celui de portefeuille du marché. Pour ce faire, nous allons estimer par MCO l'équation suivante :

$$R_{i,t} - R_{L,t} = a_i + b_i [R_M^{FW} - R_{L,t}] + c_i [R_M^{FW} - R_{L,t}]^2 + \varepsilon_{i,t} \quad (21)$$

Sous l'hypothèse nulle de linéarité, le coefficient c_i devrait être statistiquement non significatif.

Les résultats de l'estimation de l'équation de linéarité du modèle FARM sont présentés dans le **tableau** suivant :

Tableau 7 : Test de linéarité du modèle FARM

$$R_{i,t} - R_{L,t} = a_i + b_i [R_M^{FW} - R_{L,t}] + c_i [R_M^{FW} - R_{L,t}]^2 + \varepsilon_{i,t}$$

a	t-Statistic	b	t-Statistic	c	t-Statistic
4.03E-10	6.33E-07	1.000000	9.590355	7.44E-06	5.01E-07

Le **tableau 7** fait apparaître des résultats très puissants. En effet, le coefficient c est non significatif. Par conséquent, la linéarité est bien respectée.

Au total, on peut conclure que le modèle FARM est statistiquement le plus fort (R^2 atteint la valeur 51%) par rapport au MEDAF standard et au modèle LACAPM. Mais sans négliger le pouvoir explicatif des autres modèles. Pour cela, on peut déduire notre modèle final d'évaluation des titres cotés sur le marché boursier tunisien basé sur le concept de la liquidité. Ceci, fera l'objet de la section suivante.

Section 4 : Validation du MEDAF avec liquidité

Le modèle se présente comme suit :

$$R_{i,t} - R_{L,t} = a_i + b_i ILLIQ_{i,t} + \beta_i [R_{m,t} - R_{L,t} - ILLIQ_{m,t}] + \varepsilon_{i,t} \quad (22)$$

Les résultats de l'estimation du modèle final pour l'ensemble de l'échantillon, sur des données de panel, sont présentés dans le **tableau** suivant :

Tableau 8 : Estimation du modèle final (MEDAF avec liquidité)

$$R_{i,t} - R_{L,t} = a_i + b_i ILLIQ_{i,t} + \beta_i [R_{m,t} - R_{L,t} - ILLIQ_{m,t}] + \varepsilon_{i,t}$$

a	<i>t-Statistic</i>	b	<i>t-Statistic</i>	β_i	<i>t-Statistic</i>	$\underline{R}^2$	F-stat
0.000595	2.242915	0.661141	6.906682	0.933790	34.51013	0.577523	30.60724

Les résultats d'estimation de notre modèle final confirment, d'une part, l'hypothèse selon laquelle le coût d'illiquidité possède un pouvoir explicatif de rendement. D'autre part, le coefficient lié au risque systématique net du coût d'illiquidité (β) est positif et significatif au seuil de 1%. En effet, le coefficient de détermination R^2 atteint une valeur de 57%. Ceci, justifié la validité du MEDAF avec liquidité.

Par ailleurs, dans le but de prouver que notre MEDAF avec liquidité possède une spécification meilleure par rapport aux autres modèles, nous faisons un rapprochement entre les modèles à travers la statistique de Fisher et le coefficient de détermination.

Tableau 9 : Comparaison entre les différents modèles

PANEL	R^2	F-stat
MEDAF standard	0.128566	3.389582
LACAPM	0.170479	4.601527
MEDAF avec liquidité	0.577523	30.60724

En résumé, les trois types des modèles étudiés peuvent contribuer à expliquer le rendement des cours boursiers sur le marché tunisien avec une supériorité explicative pour le MEDAF avec liquidité avec un coefficient de détermination d'environ 58%. Ce dernier intègre la variable coût d'illiquidité. Il est à noter qu'on a remplacé, comme pour le modèle FARM, le taux sans risque par le rendement du titre le plus liquide sur le marché.

En bref, ce résultat montre bien que notre MEDAF avec liquidité possède une spécification meilleure par rapport aux autres modèles.

Conclusion

Cet article présente théoriquement et examine empiriquement, à côté du MEDAF standard, deux modèles qui peuvent aider à expliquer comment les prix des actifs sont affectés par le coût et le risque d'illiquidité, à savoir : le modèle "*Liquidity-adjusted capital asset pricing model ; LACAPM*" proposé par Viral, Acharaya & Pederson (2004) et le modèle "*The float-adjusted return model FARM*" proposé par weill (2006). Ces modèles fournissent un cadre théorique confirmant les résultats empiriques selon lesquels les rendements sont affectés par la liquidité (voir Pasteur et Stambaugh, 2003).

Le modèle LACAPM complète la littérature théorique sur l'évaluation des titres en présence de frictions (Amihud et Mendelson, 1986 ; Vayanos, 1998 ; Huang, 2003). Dans ce modèle, la rentabilité exigée d'un titre augmente avec son niveau d'illiquidité attendu et son « bêta net ».

Le modèle FARM est dérivé sous un format semblable au *CAPM standard* ($E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \beta_i [E(R_{m,t}) - R_{f,t}]$). Weill (2006) remplace le taux sans risque par le rendement du titre le plus liquide sur le marché. Cela signifie qu'au lieu de déposer de l'argent au taux sans risque l'investisseur sera amené à investir une partie de sa richesse dans le titre le plus liquide.

L'objectif principal de ce travail est de trouver une modélisation expliquant d'une manière plus précise la dynamique des rendements des cours boursiers. En effet, la littérature nous offre une modélisation fondée sur la théorie traditionnelle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF standard) et une autre fondée sur le concept de la liquidité (LACAPM et FARM).

Pour cela, nous avons testé l'hypothèse centrale selon laquelle le coût et le risque d'illiquidité ont empiriquement un pouvoir explicatif des rendements supérieur à celui du risque systématique du marché. Au niveau de ce travail de recherche cette dernière hypothèse est examinée empiriquement sur un échantillon de 40 titres cotés en continu et les plus échangés sur la BVMT.

Dans un premier volet, on a examiné empiriquement le modèle LACAPM. Pour ce faire, on a procédé comme suit :

D'abord, on a étudié l'effet du coût d'illiquidité individuel et agrégé sur le rendement. Les résultats prouvent l'existence d'une relation positive. Ensuite, on a testé empiriquement le modèle LACAPM proposé par Viral, Acharya & Pedersen (2004). En effet, les résultats de notre étude, indiquent que le modèle LACAPM possède un pouvoir explicatif supérieur par rapport au MEDAF standard.

Dans un deuxième volet, la validité du modèle LACAPM nous a donné une motivation d'étudier empiriquement un autre modèle plus récent intégrant le concept de la liquidité, à savoir, le modèle FARM proposé par Weill (2006). D'après les résultats de notre étude, il s'avère que le modèle FARM possède un pouvoir explicatif du rendement supérieur à celui du MEDAF standard et le modèle LACAPM.

En résumé, les trois types des modèles étudiés peuvent contribuer à expliquer le rendement des cours boursiers sur le marché boursier tunisien avec une supériorité explicative pour le modèle FARM avec un coefficient de détermination d'environ 51%. Ceci nous amène à dériver notre modèle final ; MEDAF avec liquidité. Ce dernier est un MEDAF intégrant la variable coût d'illiquidité. Il est à noter qu'on remplacé, comme pour le modèle FARM, le taux sans risque par le rendement du titre le plus liquide sur le marché. Ce modèle présente le coefficient de détermination le plus élevé, qui est égal à 58%.

Références

- Acharya, Viral V & Pedersen, Lasse Heje, 2004. "Asset Pricing with Liquidity Risk," *CEPR Discussion Papers* 4718, C.E.P.R. Discussion Papers.
- Acharya, Viral V. & Pedersen, Lasse Heje, 2005. "Asset pricing with liquidity risk," *Journal of Financial Economics*, Elsevier, vol. 77(2), pages 375-410, August.
- Admati & Pfleiderer (1988), "A theory of intraday trading patterns". *Review of financial studies* 1, 3-40.
- Amihud, Y. (2002). "Illiquidity and Stock Returns: Cross-Section and Time-Series Effects". *Journal of Financial Markets* 5, 31-56.
- Amihud, Mendelson and Yu (1992), "Income uncertainty and transaction costs". Working paper, New York University, 31 pages.
- Amihud, Yakov, 2000, "Illiquidity and stock returns: Cross-sectional and time series effects", Working paper, New York University.

- **Amihud, Yakov, and Haim Mendelson, 1986**, "Asset pricing and the bid-ask spread", *Journal of Financial Economics* 17, 223-249.
- **Amihud, Yakov, and Haim Mendelson, 1989**, "The effects of beta, bid-ask spread, residual risk, and size on stock returns", *Journal of Finance* 44, 479-486.
- **Amihud, Yakov, Haim Mendelson, and B. Lauterbach, 1997**, "Market microstructure and securities values: Evidence from the Tel Aviv Stock Exchange", *Journal of Financial Economics* 45, 365-390.
- **Arrow. J & Debreu. G.** "Existence d'un équilibre dans une économie concurrentielle", *Econometrica* 1954.
- **Banz (1981)**, "The relationship between return and market value of common stock". *Journal of Financial Economics* 9, 3-12.
- **Barry, C. and R. Jennings, 1992**, "Information and diversity of analyst opinion," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 27, 169-183.
- **Bates, T., J. Coughenour, and K. Shastri, 1998**, "Spinoffs, spreads, and information asymmetry," *Working paper, University of Pittsburgh*.
- **Brennan, Michael J., and Avanidhar Subrahmanyam, 1996**, "Market microstructure and asset pricing: On the compensation for illiquidity in stock returns", *Journal of Financial Economics* 41, 441-464.
- **Brennan, Michael J., Tarun Chordia, and Avanidhar Subrahmanyam, 1998**, "Alternative factor specifications, security characteristics, and the cross-section of expected stock returns", *Journal of Financial Economics* 49.
- **Brennan, M. J. and A. Subrahmanyam, 1995**, "Investment analysis and price formation in securities markets", *Journal of Financial Economics* 38, 361-381.
- **Brennan, Michael J., and Avanidhar Subrahmanyam, 1996**, "Market microstructure and asset pricing: On the compensation for illiquidity in stock returns", *Journal of Financial Economics* 41, 441-464.
- **Chalmers, J. M., and Gregory B. Kadlec, 1998**, "An empirical examination of the amortized spread", *Journal of Financial Economics* 48, 159-188.
- **Chen, Kim and Kon (1975)**, "Cash demand, liquidation costs and capital market equilibrium under uncertainty". *Journal of Financial Economics* 2, 293-308.
- **Chen, Nai-fu F., and Raymond Kan, 1996**, "Expected return and the bid-ask spread, in K. S. Saitou, and K. Kubota, eds: *Modern Portfolio Theory and Applications*", (Gakujutsu Shuppan Center, Osaka).
- **Cheung, Y., and C. Wong, (2000)**, "A survey of market practitioners' views on exchange rate dynamics", *Journal of International Economics*, 51, 379-400.
- **Pastor, L. and R. F. Stambaugh (2003)**. "Liquidity Risk and Expected Stock Returns". *Journal of Political Economy* 111, 642-685.
- **Viral, Acharaya & Pederson (2004)**. "Liquidity-adjusted capital asset pricing model ; LACAPM". *Preprint submitted to Elsevier Science, 1 July 2004*.
- **Weill, Pierre-Olivier, 2006**, "Liquidity Premia in Dynamic Bargaining Markets". *Journal of Economic Theory*. Volume 140, Issue 1, May 2008, Pages 66-96.