

L'indice boursier islamique est-il moins volatile que son homologue conventionnel ? Application du modèle à changement de régimes de Markov.

Abdessamad OUCHEN

Enseignant-chercheur, Laboratoire de Recherche en Management, Audit et Finance des
Organisations (LAMAFAO), ENCG Fès, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès, Maroc.
abdessamad.ouchen@usmba.ac.ma.

Résumé

Nous avons estimé un modèle à changement de régimes de Markov, à deux états et avec une spécification autorégressive d'ordre 2, de la série des rendements mensuels de l'indice islamique DJIM (Dow Jones Islamic Market) et de celle des rendements mensuels de son homologue conventionnel DJ (Dow Jones) durant la période qui s'étale du Janvier 2000 au Janvier 2017. Ce modèle a mis en évidence trois principaux résultats. Primo, l'existence de deux régimes distincts sur le marché boursier américain : l'état de crise et celui de stabilité, pour les deux indices, mais l'indice islamique est moins turbulent par rapport à son homologue conventionnel. Secundo, une période de volatilité élevée dure près de deux mois pour le cas de l'indice conventionnel et près d'un mois et une semaine pour le cas de l'indice islamique. Tertio, le modèle à changement de régimes de Markov a permis la détection de trois bulles : la bulle Internet (1998-2000), la bulle immobilière (1995-2006), pour les deux indices, et la bulle financière chinoise (2014-2015) uniquement pour l'indice conventionnel.

Mots clés : Indice boursier conventionnel, indice boursier islamique, modèle à changement de régimes de Markov, probabilité de lissage.

Is Islamic stock index less volatile than its conventional counterpart? Application of the Markov regime switching model.

Abstract

We estimated a two-state Markov regime switching model with a second order autoregressive specification of the monthly returns of the Dow Jones Islamic Market index (DJIM) and monthly returns of its conventional counterpart DJ (Dow Jones) during the period from January 2000 to January 2017. This model highlighted three main results. First, the existence of two distinct regimes on the US stock market: the state of crisis and that of stability, for both indices, but the Islamic index is less turbulent compared to its conventional counterpart. Secondly, a period of high volatility lasts almost two months for the case of the conventional index and almost a month and a week for the case of the Islamic index. Thirdly, the Markov regime switching model allowed the detection of three bubbles: the Internet bubble (1998-2000), the real estate bubble (1995-2006), for both indices, and the Chinese financial bubble (2014-2015) only for the conventional index.

Key-words: Conventional stock market index, Islamic stock index, Markov regime switching model, smoothing probability

Introduction

Étant donné que la finance connaît deux régimes : état de stabilité et celui de crise, la compréhension des asymétries cycliques dans les séries des rendements des principaux indices boursiers du monde nécessite le recours aux spécifications non linéaires qui distinguent entre les phases d'expansion et celles de récession.

Ayant connu un succès dans l'analyse du produit intérieur brut trimestriel des Etats-Unis, le modèle à changement de régimes constitue ainsi notre outil économétrique adéquat pour tenir compte des asymétries cycliques dans les séries de nos variables d'intérêt, à savoir : la série des rendements mensuels de l'indice conventionnel DJ (Dow Jones) et celle des rendements mensuels de l'indice islamique DJIM (Dow Jones Islamic Market), c'est-à-dire du caractère non linéaire présent dans ces séries. Il s'agit d'une approche capable d'identifier et de détecter les points de retournement des phases de tranquillité et de crise des séries temporelles financières. Il est, en effet, attendu de détecter la bulle Internet (1998-2000), la bulle immobilière (1995-2006) et bulle financière chinoise (2014-2015) sur la période de 2000-2016. Grâce à cette approche, on peut également estimer les probabilités du passage de l'état de stabilité à l'état de crise, celles du passage de l'état de crise à l'état de stabilité, les probabilités inconditionnelles à l'état de crise, celles inconditionnelles à l'état de stabilité, les durées des périodes de forte volatilité pour les séries des rendements des indices boursiers, etc.

La question cruciale du présent article, à savoir : « l'indice islamique est-il moins turbulent que son homologue conventionnel ? », nous conduit au questionnement suivant : Quelles sont les explications théoriques de l'instabilité financière et des chocs financiers? Existe-t-il un changement de régimes dans une série des rendements d'un indice boursier islamique? Quelle est la probabilité du passage de l'état de stabilité à l'état de crise pour un indice boursier islamique et pour son homologue conventionnel? Quelle est la probabilité d'être en crise (probabilité de lissage) pour un indice boursier islamique et pour son homologue conventionnel ? Quelle est la probabilité inconditionnelle à l'état de crise et celle inconditionnelle à l'état de stabilité pour un indice boursier islamique et pour son homologue conventionnelle ? Quelle est la durée d'une période de volatilité élevée pour un indice boursier islamique et pour son homologue conventionnel?

Le présent article se compose de trois sections. La première section est consacrée à un bref aperçu sur le cadre conceptuel des phases d'expansion et celles de récession en finance. La deuxième

section est destinée à la présentation du modèle à changement de régimes de Markov. La dernière section est focalisée sur la détection des chocs financiers à l'aide du modèle à changement de régimes de Markov aussi bien pour le cas d'un indice boursier islamique que pour celui de son homologue conventionnel.

1. Bref aperçu sur le cadre conceptuel des phases d'expansion et celles de récession en finance

Selon BOUCHER et RAYMOND (2009), la crise financière est, en général, une hausse importante et soudaine du coût de financement liée à une raréfaction de l'offre de capitaux. Cependant, les crises financières se caractérisent par leur nature protéiforme et elles peuvent prendre l'une des formes suivantes : crise de solvabilité et/ou de liquidité bancaire, crise de la dette privée et/ou publique, crise de change, crise boursière, etc.

En dépit de la difficulté de concocter un modèle théorique qui peut expliquer en une seule combinaison le déclenchement des crises financières, à cause de leur hétérogénéité car « *les crises se suivent mais ne se ressemblent pas* » dicit Robert Boyer (1988), Charles Kindleberger (1996) caractérise généralement le cycle financier par l'enchaînement de cinq phases, à savoir : l'essor ; l'euphorie ; le paroxysme et le retournement ; le reflux et l'instauration du pessimisme ; la déflation de la dette et la restructuration des bilans.

Pour expliquer le développement de chacune de ces phases, nous devons faire appel, selon Aglietta et Rigot (2009), à l'hypothèse de l'instabilité financière. En effet, il y a une interdépendance étroite entre les marchés du crédit et ceux d'actifs. Ce sont les interactions entre ces deux marchés qui peuvent expliquer l'enchaînement des phases du cycle financier (le cas de la crise des *subprimes* en 2007). Une augmentation du prix des actifs induit une progression de l'offre du crédit et une anticipation de leur hausse stimule la demande du crédit. Par conséquent, le volume du crédit augmente. De ce fait, un retournement des marchés d'actifs engendre une hausse du ratio dette/valeur de marché d'actifs et influence alors sur la solvabilité des dettes émises antérieurement, voire met en évidence la fragilité financière. Quant à la théorie de *debt deflation* d'Irving Fisher (1933), le retournement des marchés d'actifs, après une phase de surendettement des investisseurs, diminue l'offre du crédit et produit donc la déflation ainsi que la récession. Cet économiste américain préconise une politique économique qui vise à remonter le niveau général des prix afin d'atténuer la récession. A partir du milieu des années 1970, Hyman Minsky remet à l'honneur la théorie de *debt deflation*, après son oubli durant les Trente glorieuses. Il conclut que la finance « à la Ponzi » et la finance spéculative sont des caractéristiques des périodes d'euphorie et sont, d'une part, viables tant que les taux sont bas et l'actualisation des cash-flows futurs est

suffisamment rassurante sur la capacité à rembourser ; et, d'autre part, battues en brèches lorsque les taux s'élèvent et que les primes de risque augmentent.

A l'échelle des facteurs de la contagion des crises financières, les enchainements sur les marchés financiers, la contagion par les banques, la propagation des chocs à l'économie réelle, les problèmes d'asymétrie d'information sur les marchés de capitaux, le développement du phénomène de mimétisme ainsi que l'apparition de bulles financières constituent des mécanismes de propagation des crises financières.

Quant aux bulles spéculatives, elles s'expliquent, d'une part, par la théorie des bulles rationnelles qui avance que l'investisseur aura intérêt de parier sur la poursuite de la hausse du cours si ses anticipations sont validées par l'évolution ultérieure de ce cours ; et, d'autre part, par la théorie du mimétisme qui avance, sur la base de l'asymétrie de l'information, que l'agent économique sur le marché financier imite la décision d'un ou de plusieurs autres agents, voire suit la tendance du marché, sans accorder le poids approprié à ses propres informations.

2. Modèles non linéaires et modèle à changement de régimes de Markov

Modèles non linéaires

Pour analyser un processus stochastique stationnaire, les économètres utilisent plusieurs modèles. La catégorie des modèles ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), connus sous le nom des modèles de Box-Jenkins¹(G.P.E. Box and G. M. Jenkins (1970)), qui met l'accent sur l'analyse des propriétés probabilistes ou stochastiques de séries temporelles et qui, à la différence des modèles de régression expliquant une variable Y_t par k régresseurs ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$), permet à Y_t d'être expliquée par le passé, ou les valeurs décalées, de Y lui-même et par les termes d'erreurs stochastiques². Généralement la série temporelle financière est intégrée d'ordre 1, $I(1)$. Si, pour une série financière $Y_t I(1)$, $DY_t = Y_t - Y_{t-1}$ peut être modélisée comme un processus ARMA(1, 1), où il y a un terme autorégressif et un terme de moyenne mobile. Le processus ARMA est un processus à mémoire courte dans le sens où l'effet d'un choc à un instant donné n'est pas durable et n'affecte donc pas l'évolution future de la chronique. Le processus à mémoire longue, mais non infini, où l'effet d'un choc a des conséquences durables pour des valeurs futures de la série mais celle-ci retrouvera son niveau d'équilibre naturel, est formalisé par un processus ARIMA fractionnaire noté

¹ Cf. G.P.E. Box et G.M. Jenkins (1978). *Time Series Analysis: Forecasting and control*, San Francisco, Holden Day.

² Les modèles ARIMA sont parfois nommés modèles athéoriques car ils ne sont dérivées d'aucune théorie économique- et les théories économiques sont souvent le fondement des modèles à équations simultanées. Cf. Gujarati, N. D. (2004). *Econométrie*. OUVERTURES-ECONOMIQUES, De Boeck. pp. 827-828.

ARFIMA (AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average) dont le degré de différenciation n'est pas un entier. Ce processus a été étendu au cas saisonnier et est noté processus SARFIMA (Seasonal AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average) (Ray (1993), Porter-Hudak (1990))³. Les modèles ARIMA univariés, liés à une seule série chronologique, peuvent être étendus aux modèles ARIMA multivariés, nommés les modèles VAR (Vector AutoRegression), où chaque variable est expliquée par ses valeurs décalées, ou passées, et les valeurs décalées de toutes les autres variables endogènes du modèle. Toutefois, pour une série temporelle financière, comme le prix d'une action, il y a des périodes d'amples oscillations, des périodes de volatilité élevée, et des périodes de calme relatif, des périodes de tranquillité. En d'autres termes, la différence première d'une série temporelle financière, qui est stationnaire, présente de larges variations, ou volatilité, et a ainsi une variance (moment d'ordre 2 du processus) qui se modifie dans le temps. Cette non linéarité de la variance ne peut être modélisée par le modèle linéaire ARIMA. Afin de modéliser cette variance variable, les économètres font appel au modèle ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) (R. Engle (1982))⁴ et ses extensions. De même, la non linéarité peut concerner également la moyenne de l'échantillon (moment d'ordre 1). Dans ce cas, il est primordial de recourir soit aux extensions non linéaire du modèle ARMA, à savoir : le modèle bilinéaire (Granger et Andersen (1978)), qui est linéaire par rapport au terme autorégressif et au terme de moyenne mobile, mais n'est pas linéaire par rapport à ces deux termes pris conjointement, c'est-à-dire par rapport à leur produit, le modèle TAR (Threshold AutoRegressive) (Tsay (1989)), qui est un modèle à régime supposant l'existence de plusieurs dynamiques pour une même série (plusieurs régimes) et cherchant à spécifier un mécanisme de transition d'un régime à l'autre. Ce mécanisme peut être considéré soit comme mécanisme de transition exogène régi par un processus de type chaîne de Markov: on parle alors de Markov Switching Model (Hamilton (1989)), soit comme un mécanisme de transition endogène où la fonction de transition dépend de la variable dépendante et d'un seuil: on parle alors de Modèle à Seuil ou TAR model qui appartient à la famille de modèles suivant la même définition de la fonction de transition, à savoir : TAR model, modèle SETAR (Self Exciting Threshold AutoRegressive) (Teräsvirta and Anderson (1992)), modèle STAR, modèle EXPAR (EXponential AutoRegressive), etc.

³ Le processus ARMA est un processus à mémoire courte dans le sens où l'effet d'un choc à un instant donné n'est pas durable et n'affecte donc pas l'évolution future de la chronique. Le processus à mémoire longue, mais non infini, où l'effet d'un choc a des conséquences durables pour des valeurs futures de la série mais celle-ci retrouvera son niveau d'équilibre naturel, est formalisé par un processus ARIMA fractionnaire noté ARFIMA dont le degré de différenciation n'est pas un entier. Ce processus a été étendu au cas saisonnier et est noté processus SARFIMA (Ray (1993), Porter-Hudak (1990)). Cf. Lardic, S., et Mignon, V. (2002). *Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières*. Economica. pp. 327-372.

⁴Cf. Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, vol. 50. N°1, pp.987-1007.

Modèle à changement de régimes de Markov

Hamilton (1989) montre que la différence première des séries financières observées, qui sont généralement non stationnaires en niveau, suit un processus stationnaire non linéaire. En cherchant à modéliser ainsi le processus d'une série financière comme un processus à changement de régimes markovien, il détermine chacun de ces régimes à la date t par une variable inobservable notée S_t . Générée par un processus de Markov d'ordre 1, où le régime courant S_t ne dépend que du régime précédent S_{t-1} , cette variable S_t prend deux états possibles : l'état de stabilité « 0 » et celui de crise « 1 ». Elle possède les probabilités de transition suivantes :

$$\Pr (S_t = 1 / S_{t-1} = 1) = P_{11}$$

$$\text{et } \Pr (S_t = 0 / S_{t-1} = 0) = P_{00}$$

Son processus stochastique est alors représenté par la matrice de probabilités de transition constante : $\Theta = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{10} \\ P_{01} & P_{11} \end{pmatrix}$ (1)

Où : $P_{ij} = \Pr (S_t=j/S_{t-1}=i)$ est la probabilité de passer de l'état i à l'état j et $\sum_{j=0}^1 P_{ij} = 1$ pour $i \in \{0; 1\}$; c'est-à-dire : $P_{01} = 1-P_{00}$ et $P_{10} = 1- P_{11}$. Les probabilités de transition vont prendre la forme logistique suivante :

$$P_{00} = \frac{\exp(p_0)}{1 + \exp (p_0)}$$

$$P_{11} = \frac{\exp(q_0)}{1 + \exp (q_0)}$$

où : p_0 et q_0 sont des valeurs initiales choisies arbitrairement.

En s'inspirant du modèle de Hamilton (1989), où seulement la moyenne de la série étudiée peut changer d'un régime à un autre, on va présenter un modèle simple à deux états avec une spécification autorégressive d'ordre 1⁵. Ce modèle s'écrit comme suit :

$$y_t - \mu_{st} = \beta(y_{t-1} - \mu_{st-1}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

avec $\varepsilon_t \sim N(0; \sigma^2)$ et $S_t \in \{0; 1\}$

⁵ Hamilton (1989) a utilisé un modèle à deux états avec une spécification autorégressive d'ordre 4.

Dans le présent modèle⁶, il existe deux distributions avec deux moyennes différentes qui gouvernent la série y_t . On désigne par l'état $S_t = 1$ le régime de crise et par l'état $S_t = 0$ le régime de tranquillité. A l'instar du modèle de Hamilton (1989), on a supposé que la variance du terme d'erreur est constante entre les deux régimes.

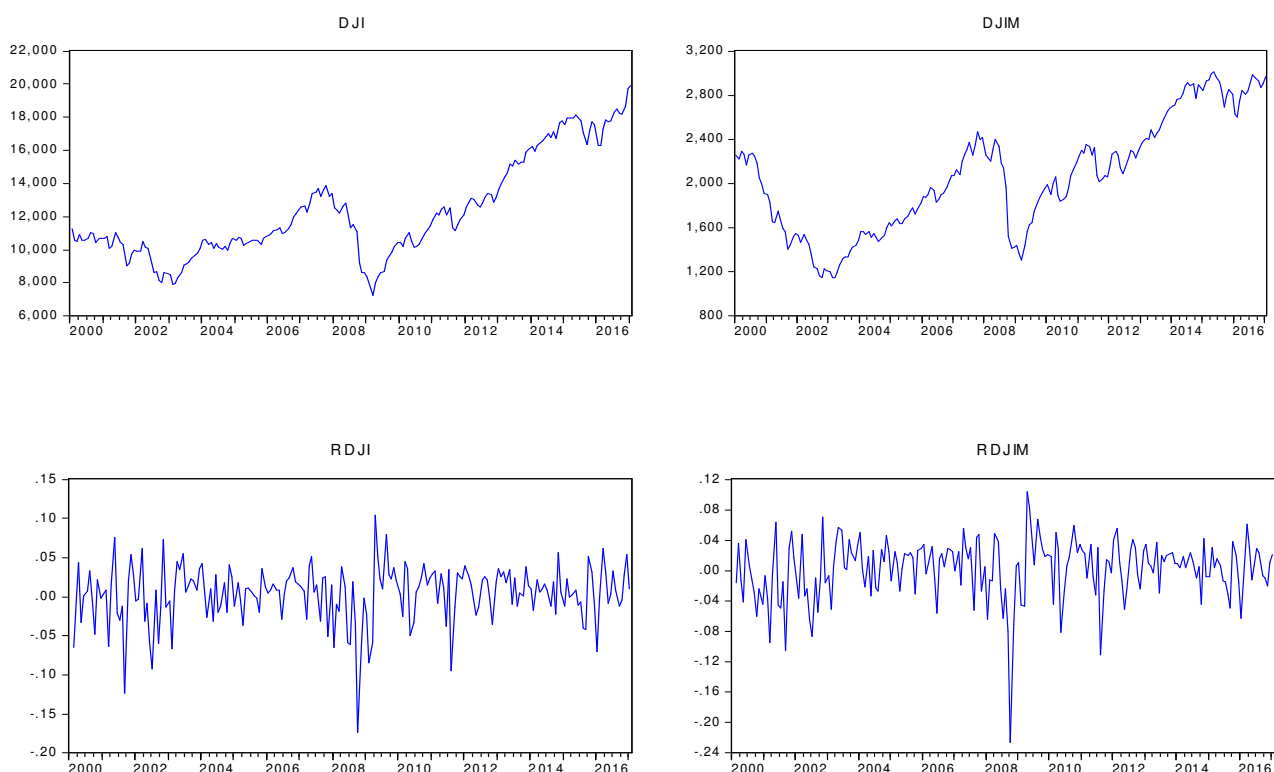
Les paramètres de l'équation (2) ainsi que les probabilités de transition de l'équation (1) sont conjointement estimés par la méthode de Maximum de vraisemblance.

3. Estimation du modèle à changement de régimes de Markov pour les deux indices

3.1 Tests de racine unitaire

Avant de présenter les résultats de l'estimation des deux modèles à changement de régimes, il convient de signaler que les 2 séries des rendements mensuels de notre intérêt sont stationnaires.

Figure 1 : Cours (DJIM et DJI) et rendements (RDJIM et RDJI) de l'indice islamique et de son homologue conventionnel



⁶ Qui peut aussi s'écrire comme suit : $Y_t = \mu_0 (1-S_t) + \mu_1 S_t + \beta (Y_{t-1} - \mu_0(1-S_{t-1}) - \mu_1 S_{t-1}) + \varepsilon_t$

L'examen graphique de nos variables d'intérêt montre que les cours mensuels de l'indice conventionnel DJI et de son homologue islamique DJIM ne sont pas stationnaires alors que leurs rendements mensuels (RDJI et RDJIM) sont stationnaires et sont ainsi intégrées d'ordre zéro, $I(0)$.

Afin de prendre de juste décision sur la stationnarité de nos variables d'intérêt, il est primordial de reléguer cette question aux tests de racine unitaire, à savoir: les tests de Dickey-Fuller augmenté, de Phillips-Perron ainsi que de KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin).

Tableau 1 : Résultats des tests de racine unitaire

Variables	Test de Dickey-Fuller Augmenté			Test de Phillips-Perron			Test de KPSS		
	Modèle	ADF t-Stat	Probabilité critique	Modèle	t-statistique ajusté	Probabilité critique	Modèle	LM Statistique	Valeur critique à 5%
DJ	[1]	1.578234	0.972	[1]	1.357652	0.9561	[3]	0.272511	0.146
DJIM	[3]	-2.980066	0.1404	[3]	-2.927066	0.1562	[3]	0.166746	0.146
RDJ	[1]	-11.96348*	0.0000	[1]	-11.95096*	0.0000	[2]	0.195913*	0.463
RDJIM	[1]	-10.59692*	0.0000	[1]	-10.56885*	0.0000	[2]	0.189088*	0.463

Avec : * dénote le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 5%;

[3] : le modèle [3] (modèle avec tendance et constante);

[2] : le modèle [2] (modèle sans tendance et avec constante);

[1] : le modèle [1] (modèle sans tendance, ni constante).

Ces tests convergent vers le même résultat. En effet, nos variables d'intérêt, le cours mensuel de l'indice conventionnel DJI et celui de l'indice islamique DJIM, ne sont pas stationnaires (intégrées d'ordre 1, $I(1)$) alors que leurs rendements sont stationnaires et sont ainsi intégrées d'ordre zéro, $I(0)$.

Résultats de l'estimation du modèle à changement de régimes pour les deux indices

En s'inspirant de Hamilton (1989), on va estimer un modèle à changement de régimes, à deux états et avec une spécification autorégressive d'ordre 2, de la série des rendements mensuels de l'indice conventionnel DJ et de celle des rendements mensuels de l'indice islamique DJIM durant la période qui s'étale du Janvier 2000 au Janvier 2017⁷. Le Dow Jones Islamic Market Index (DJIM), reflète les cours des 2700 entreprises, majoritairement appartenant au Dow Jones, mais dont les activités sont compatibles avec les fondements de la Sharia.

⁷ Les cours de l'indice de l'indice conventionnel Dow Jones et de l'indice islamique DJIM sont issus de « <http://fr.finance.yahoo.com> » et de « <http://quotes.wsj.com> ».

Le tableau suivant regroupe les coefficients estimés de ce modèle (voir les tableaux A1 et A2 de l'annexe).

Tableau 2 : Estimation du modèle à changement de régimes de la série des rendements mensuels de l'indice conventionnel DJ et de celle des rendements mensuels de l'indice islamique DJIM durant la période allant du Janvier 2000 au Janvier 2017

Coefficients	Coefficients estimés du modèle à changement de régimes	
	Indice conventionnel	Indice islamique
μ_0	0.012367 [0.0000]	0.004276 [0.0943]
μ_1	-0.072890 [0.0000]	-0.127585 [0.0000]
β_1	0.046292 [0.4476]	0.280263 [0.0000]
β_2	-0.283161 [0.0000]	-0.117588 [0.0787]
Log(σ)	-3.645731 [0.0000]	-3.417008 [0.0000]

Où : [.] probabilité critique ;

Au regard de ce tableau, on constate l'existence des changements de régimes distincts dans les 2 séries de notre intérêt (RDJI et RDJIMD) : un état optimiste ou de stabilité à moyenne positive μ_0 pour les 2 indices et un autre pessimiste ou de crise à moyenne négative μ_1 pour les 2 indices.

Le tableau suivant présente les résultats de l'application du test de Ljung-Box sur les résidus des deux équations estimées du modèle à changement de régimes de Markov.

Tableau 3 : Résultat du test de Ljung-Box

Indices	Q-Statistique de Ljung-Box	Probabilité
Indice conventionnel	Q(36)=33,488	0,589
Indice islamique	Q(36)= 25,165	0,912

Au regard de ce tableau, les résidus sont bel et bien des bruits blancs. Alors, on accepte les deux modèles estimés.

Tableau 4 : Probabilités de transition, probabilités inconditionnelles et duration anticipée conditionnelle

Probabilités de transition, probabilités inconditionnelles et duration anticipée conditionnelle	Indice conventionnel	Indice islamique
P_{00}	0.94	0,98
P_{11}	0.45	0.15
P_{01}	0.06	0.02
P_{10}	0.55	0.85
π_0	0.91	0.98
π_1	0.09	0.02
Duration anticipée conditionnelle	1.80	1.18

A la lumière des résultats des deux modèles estimés, l'état de stabilité, qui a une probabilité de transition $P_{00}=0,94$ pour l'indice conventionnel et $P_{00}=0,98$ pour son homologue islamique, est plus persistant par rapport à celui de crise, qui a une probabilité de transition $P_{11}=0,45$ pour l'indice conventionnel et $P_{11}=0,15$ pour son homologue islamique. On constate également que, d'une part, la probabilité de transition de l'état de stabilité de l'indice islamique est légèrement supérieure à celle de son homologue conventionnel ($0,98 > 0,94$); et, d'autre part, à l'inverse de la probabilité précédente, la probabilité de l'état de crise de l'indice conventionnel est supérieure à celle de son homologue islamique ($0,45 > 0,15$).

A partir de ces 2 probabilités, on déduit, d'un côté, la probabilité de passer de l'état de stabilité en $t-1$ à celui de crise en t : $P_{01}=0,06$ pour l'indice conventionnel et $P_{01}=0,02$ pour son homologue islamique, qui est faible pour les 2 indices et qui est élevée dans le cas de l'indice conventionnel par rapport au cas de son homologue islamique; et, d'un autre, la probabilité de passer de l'état de crise en $t-1$ à celui de stabilité en t : $P_{10}=0,55$ pour l'indice conventionnel et $P_{10}=0,85$ pour son homologue islamique, qui est un peu importante pour les 2 indices et qui est, à l'inverse de la probabilité précédente, élevée dans le cas de l'indice islamique par rapport au cas de son homologue conventionnel.

D'ailleurs, la probabilité inconditionnelle de l'état de stabilité ($\pi_0 = \frac{1-P_{11}}{2-P_{11}-P_{00}} = 0,91$ pour l'indice conventionnel et $\pi_0 = \frac{1-P_{11}}{2-P_{11}-P_{00}} = 0,98$ pour son homologue islamique) et la probabilité

inconditionnelle de l'état de crise ($\pi_1 = \frac{1-P_{00}}{2-P_{11}-P_{00}} = 0,09$ pour l'indice conventionnel et $\pi_1 = \frac{1-P_{00}}{2-P_{11}-P_{00}} = 0,02$ pour son homologue islamique) indiquent que, pour un échantillon donné de la série des rendements de l'indice conventionnel, près de 9 % des observations devraient se situer dans l'état de crise, alors que pour un échantillon donné de la série des rendements de l'indice islamique, uniquement au plus 2 % des observations devraient se situer dans l'état de crise.

De même, la duration anticipée conditionnelle à l'état de crise est égale à $\frac{1}{1-P_{11}} = 1,8$ mois pour l'indice conventionnel et $\frac{1}{1-P_{11}} = 1,18$ mois pour son homologue islamique. C'est-à-dire, on peut s'attendre à ce que, en moyenne, une période de volatilité élevée dure presque deux mois pour l'indice conventionnel, qui est supérieure à la période de forte volatilité qui dure près d'un mois et une semaine pour le cas d'un indice islamique.

En somme, on peut conclure que l'indice islamique, dont la série des rendements mensuels suit un processus à changements de régimes markovien, est moins turbulent par rapport à son homologue conventionnel.

3.3 Évolution des probabilités d'être en phase de crise pour les deux indices

La figure suivante illustre les évolutions des probabilités d'être en phase de crise (probabilité de lissage)⁸ pour la place de New York respectivement pour l'indice conventionnel (PROB2RDJI) et pour son homologue islamique (PROB2DJIM).

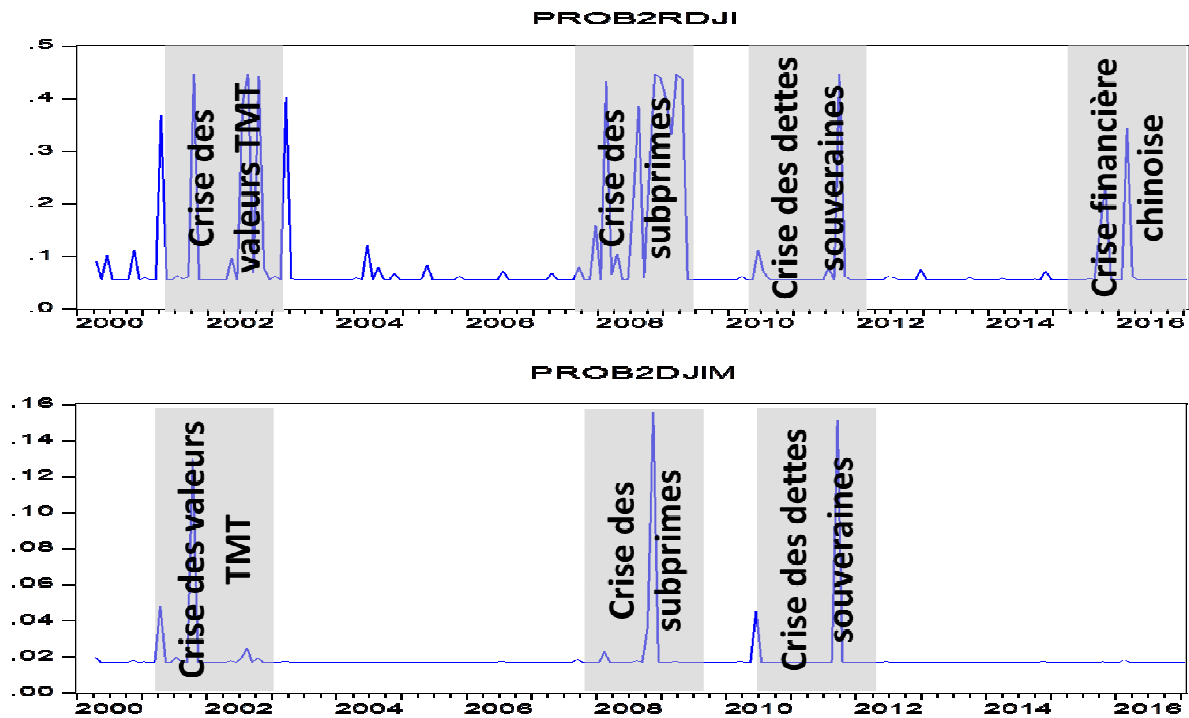
Figure 2 : Probabilité d'être en état de crise

⁸Dans le cas d'un modèle simple à deux états et avec une spécification autorégressive d'ordre 1 :

$P_r(S_t = 1 | y_t; \theta) = \frac{P_r(y_t, S_t=1; \theta)}{f(y_t; \theta)} = \frac{\pi_1 \cdot f(y_t | S_t=1; \theta)}{f(y_t; \theta)}$ est la probabilité que le régime à l'instant t soit le régime de crise,

avec : $f(y_t | S_t = 1; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(y_t - \mu_{S_t} - \beta(y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}))^2}{2\sigma^2}\right]$ est la fonction de densité conditionnelle de y_t sachant $S_t=1$;

et $f(y_t; \theta) = \frac{\pi_0}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(y_t - \mu_0 - \beta(y_{t-1} - \mu_0))^2}{2\sigma^2}\right] + \frac{\pi_1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(y_t - \mu_1 - \beta(y_{t-1} - \mu_1))^2}{2\sigma^2}\right]$ est la fonction de densité inconditionnelle de y_t pour tous les états possibles de S_t .



Au regard du premier graphique du cas de l'indice conventionnel (PROB2RDJI), on constate que cette probabilité est, d'un côté, supérieure ou égale à 0,45 pour les périodes très volatiles de la série des rendements mensuels de l'indice conventionnel DJI, après la crise des valeurs TMT en 2000-2001, c'est-à-dire après les vagues du pessimisme lors de la faillite du courtier en énergie Enron à la fin de l'année 2001 et lors du dépôt du bilan de l'entreprise en télécommunications Worldcom en Juillet 2002, après la crise financière en 2007-2008 et après la crise européenne des dettes souveraines en 2010 ; et, d'un autre, supérieure ou égale à 0,34 après la crise financière chinoise en 2015. En conséquence, presque tous les chocs financiers de la période 2000-2016 ont été détectés par le modèle à changement de régime de Markov pour le cas de l'indice conventionnel DJI.

Au regard du 2^{ème} graphique du cas de l'indice islamique (PROB2DJIM), on constate que cette probabilité est supérieure à 0,12 pour les périodes très volatiles de la série des rendements mensuels de l'indice islamique DJIM, après la crise des valeurs TMT en 2000-2001, après la crise financière en 2007-2008 et après la crise européenne des dettes souveraines en 2010. En conséquence, hormis la crise financière chinoise en 2015, presque tous les chocs financiers de la période 2000-2016 ont été détectés par le modèle à changement de régime de Markov pour le cas de l'indice islamique DJIM.

Conclusion

Le modèle à changement de régimes de Markov met en évidence l'existence de deux régimes distincts : l'état de crise et celui de stabilité, sur le marché boursier américain pour les deux indices. Il a permis ainsi la détection de trois bulles : la bulle Internet (1998-2000), la bulle immobilière (1995-2006) et la bulle financière chinoise (2014-2015). En effet, la probabilité d'être en phase de crise (probabilité lissage) relative à l'indice conventionnel de Dow Jones est, d'un côté, supérieure ou égale à 0,45 pour les périodes très volatiles de la série des rendements mensuels de cet indice, après la crise des valeurs TMT en 2000-2001, après la crise financière en 2007-2008 et après la crise européenne des dettes souveraines en 2010 ; et, d'un autre, supérieure ou égale à 0,34 après la crise financière chinoise en 2015. Quant au cas de l'indice islamique Dow Jones Islamic Market, cette probabilité est supérieure ou égale à 0,12 pour les périodes très volatiles de la série des rendements mensuels du cours de l'indice islamique DJIM, après la crise des valeurs TMT en 2000-2001, après la crise financière en 2007-2008 et après la crise européenne des dettes souveraines en 2010.

A la lumière des résultats des deux modèles estimés, l'état de stabilité, qui a une probabilité de transition $P_{00}=0,94$ pour l'indice conventionnel et $P_{00}=0,98$ pour son homologue islamique, est plus persistant par rapport à celui de crise, qui a une probabilité de transition $P_{11}=0,45$ pour l'indice conventionnel et $P_{11}=0,15$ pour son homologue islamique. On déduit également que, d'une part, la probabilité de transition de l'état de stabilité de l'indice islamique est légèrement supérieure à celle de son homologue conventionnel ($0,98 > 0,94$) ; et, d'autre part, à l'inverse de la probabilité précédente, la probabilité de l'état de crise de l'indice conventionnel est supérieure à celle de son homologue islamique ($0,45 > 0,15$). A partir de ces deux probabilités, on calcule, d'un côté, la probabilité de passer de l'état de stabilité en $t-1$ à celui de crise en t : $P_{01}=0,06$ pour l'indice conventionnel et $P_{01}=0,02$ pour son homologue islamique, qui est faible pour les 2 indices et qui est élevée dans le cas de l'indice conventionnel par rapport au cas de son homologue islamique ; et, d'un autre, la probabilité de passer de l'état de crise en $t-1$ à celui de stabilité en t : $P_{10}=0,55$ pour l'indice conventionnel et $P_{10}=0,85$ pour son homologue islamique, qui est un peu importante pour les 2 indices et qui est, à l'inverse de la probabilité précédente, élevée dans le cas de l'indice islamique par rapport au cas de son homologue conventionnel.

D'ailleurs, la probabilité inconditionnelle de l'état de stabilité ($\pi_0 = 0,91$ pour l'indice conventionnel et $\pi_0 = 0,98$ pour son homologue islamique) et la probabilité inconditionnelle de l'état de crise ($\pi_1 = 0,09$ pour l'indice conventionnel et $\pi_1 = 0,02$ pour son homologue islamique) indiquent que, pour un échantillon donné de la série des rendements de l'indice conventionnel, près de 9 %

des observations devraient se situer dans l'état de crise, alors que pour un échantillon donné de la série des rendements de l'indice islamique, uniquement au plus 2 % des observations devraient se situer dans l'état de crise.

De même, la duration anticipée conditionnelle à l'état de crise est égale à 1,8 mois pour l'indice conventionnel et 1,18 mois pour son homologue islamique. C'est-à-dire, on peut s'attendre à ce que, en moyenne, une période de volatilité élevée dure presque deux mois pour l'indice conventionnel, qui est supérieure à la période de forte volatilité qui dure près d'un mois et une semaine pour le cas d'un indice islamique.

En somme, on peut conclure que l'indice islamique, dont la série des rendements mensuels suit un processus à changements de régimes markovien, est moins turbulent par rapport à son homologue conventionnel.

Certes, la connaissance des chocs financiers qui peuvent survenir permet la prise de mesures proactives susceptibles de garantir la stabilité financière. Néanmoins, leurs prévisions sont très délicates. En témoigne, le questionnement : « *pourquoi personne n'a-t-il vu venir cette crise* »⁹, adressé, en novembre 2008, par la reine Elisabeth aux professeurs de la fameuse université London School of Economics. Par ailleurs, Isaac Newton, qui fait partie des investisseurs ruinés lors de l'éclatement de la bulle de la Compagnie des mers du sud en 1720, confesse : « *je peux mesurer le mouvement des corps célestes, mais pas la folie humaine* »¹⁰.

⁹Voir le Financial Times, 26 novembre 2008. Cf. Ben Hammouda, H., Oulmane, N., SadniJallab, M. (2010). *Crise...Naufrage des économistes ?, Enquête sur une discipline en plein questionnement*. Groupe De Boeck s.a., p.7.

¹⁰Cf. Lacoste, O. (2009). *Comprendre les crises financières*, © Groupe Eyrolles. p.29.

Bibliographie

Aglietta, M. et Rigot, S. (2009). *Crise et rénovation de la finance*. Odile Jacob.

Ben Hammouda, H., Oulmane, N., et SadniJallab, M. (2010). *Crise...Naufrage des économistes ? Enquête sur une discipline en plein questionnement*. Groupe De Boeck.

Bourbonnais, R. (2009). *Econométrie*. 7ème édition DUNOD.

Box, G.P.E. and Jenkins, G.M. (1978). *Time Series Analysis : Forecasting and control*. ed. Revue, Holden Day, San Francisco.

De Boissieu, C. (2009). *Les Systèmes financiers : mutations, crises et régulation*. 3ème édition-Economica.

Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, vol. 50, N°1, pp.987-1007.

Granger, C.W.J., et Andersen, A.P. (1978). *An Introduction to Bilinear Times Series Analysis*. Vandenhoeck and Ruprecht, Gottingen.

Guijarati, N. D. (2004). *Econométrie*. OUVERTURES-ECONOMIQUES, De Boeck.

Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle. *Econometrica*, vol.57, N°2, pp.357-384.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.

Lacoste, O. (2009). *Comprendre les crises financières*. Groupe Eyrolles.

Lardic, S., et Mignon, V. (2002). *Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières*. Economica.

Lemoine, M., Madiès, P., et Madiès, T. (2007). *Les grandes questions d'économie et finance internationales, décoder l'actualité*, Groupe De Boeck s.a.

Medhioub, I. (2007). Asymétrie des cycles économiques et changement de régimes : cas de la Tunisie. *L'actualité économique*, vol. 83, N°4, pp.529-553.

Mignon, V. (1998). *Marchés financiers et modélisation des rentabilités boursières*. Paris, Edition Economica.

Porter-Hudak, S. (1990). An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to the Monetary Agregates. *Journal of the American Statistical Association*, 85 (410), pp.338-344.

Qualha, S. (2002). Modèles markoviens à changements de régimes sur le marché des actions et étude de la dynamique des asymétries des rendements. *Université de Montréal, faculté département des sciences économiques*.

Ray, B.K. (1993). Long-Range Forecasting of IBM Product Revenues Using a Seasonal Fractionally Differenced ARMA Model. *International Journal of Forecasting*, 9, pp. 255-269.

Terasvirta, T., et Anderson, H.M. (1992). Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of Applied Econometrics*, 7, pp. 119-136.

Touiti, M. et Henchiri, J.E. (2016). Risk and Performance of Islamic Indexes During Subprime Crisis (June 15, 2016). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2917060> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2917060>.

Tsay, R.S. (1989). Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes. *Journal of the American Statistical Association*, 84, pp. 231-240.